

第4回大学生のための素粒子・原子核 / 物質・生命スクール  
**サマーチャレンジ** 宇宙・物質・生命 - 21世紀の謎に挑む  
(高エネルギー加速器研究機構, 2010.8.21)

# ミュオン利用研究の基礎

**小池 洋二**

東北大学大学院工学研究科応用物理学専攻

1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに

## ミュオン

- ・質量：陽子の1/9、電子の200倍
- ・電荷：正または負  $\mu^+$ ,  $\mu^-$
- ・スピン(粒子の自転) :  $s = 1/2$

スピン角運動量 :  $\hbar s$

磁気モーメント :  $m = \mu \hbar s$

回転磁気比 :  $\mu = g e / (2 m_{\mu} c)$   
 $= 2 \times 13.55 \text{kHz/G}$

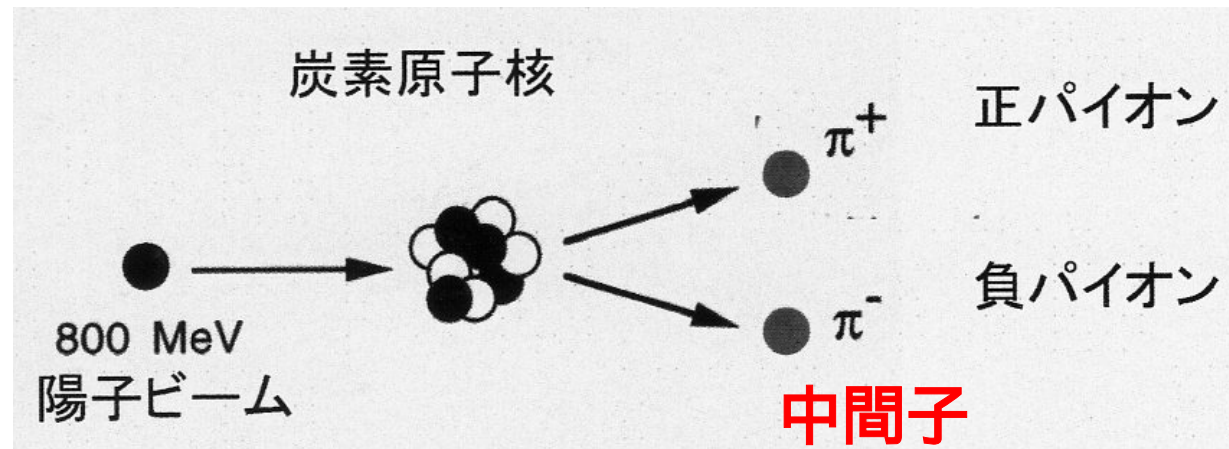
…  $\mu^+$  の場合

陽子の3.2倍

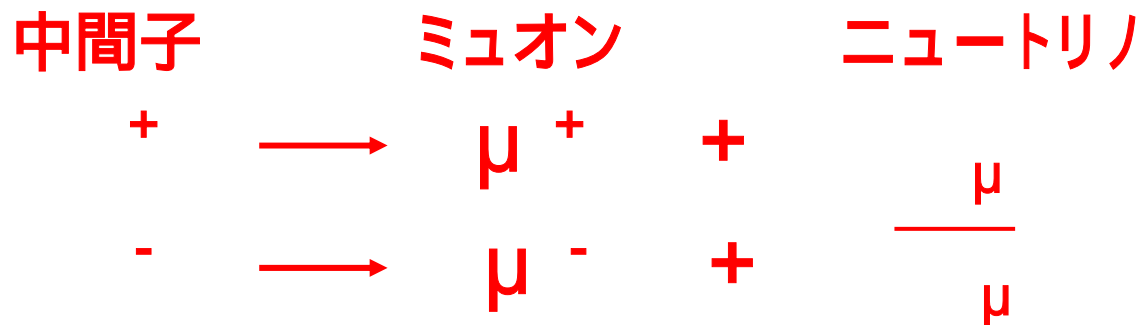
- ・フェルミ粒子
- ・静止寿命 :  $2.2 \mu \text{sec}$

# ミュオン源

- ・宇宙線：宇宙から降ってくる
  - ・・・手のひらに毎秒1個
- ・実験室：大型の粒子加速器で生成
  - (1) 高エネルギーの陽子を原子核の標的に



## (2) 中間子 (静止寿命26nsec) の崩壊



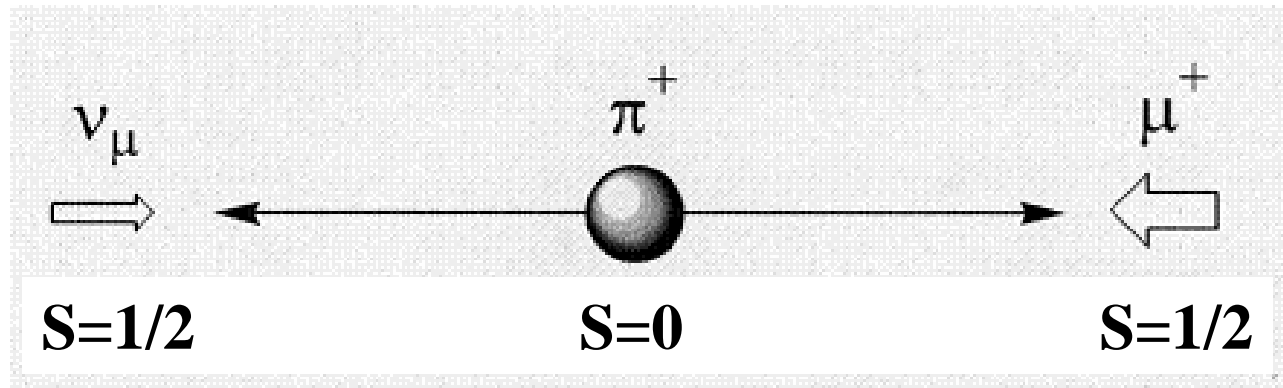
# ミュオンの応用

- (  $\mu^+$  ) 物質内部の磁場の測定  
→ 磁性の研究
- (  $\mu^-$  ) 非破壊の元素分析  
→ 歴史的に貴重な資料
- ( 宇宙線ミュオン ) 大物体のラジオグラフィ  
→ 火山の内部構造  
溶鉱炉  
大型建造物

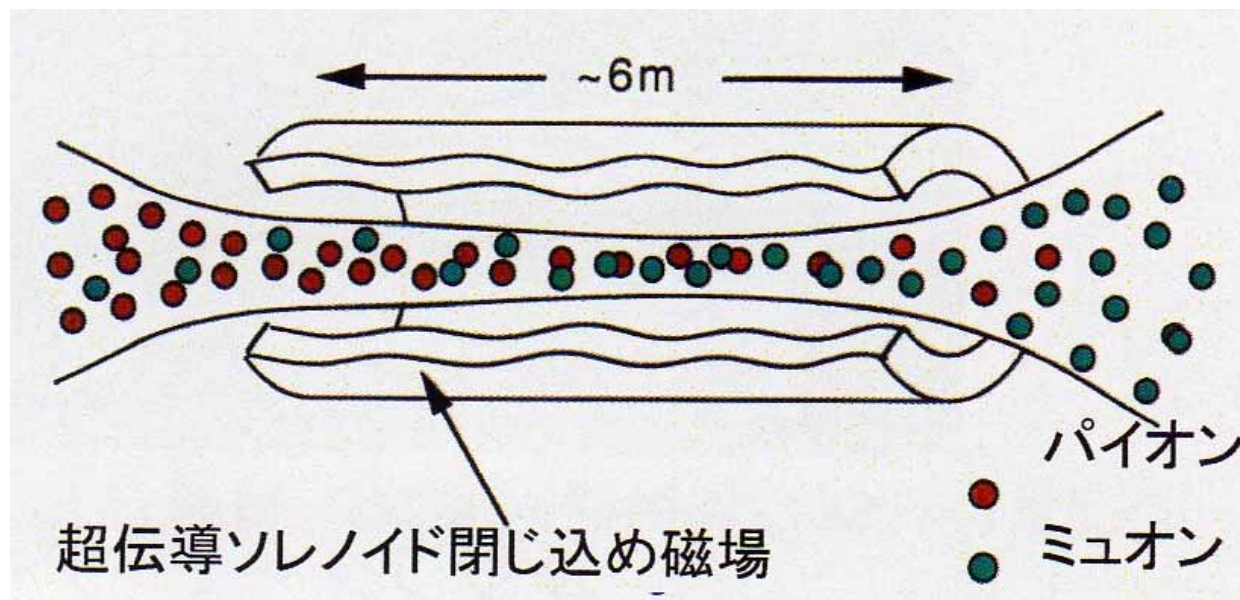
- 
-

1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに

# 中間子(静止寿命:26nsec)の崩壊



スピンの向き:進行方向と逆

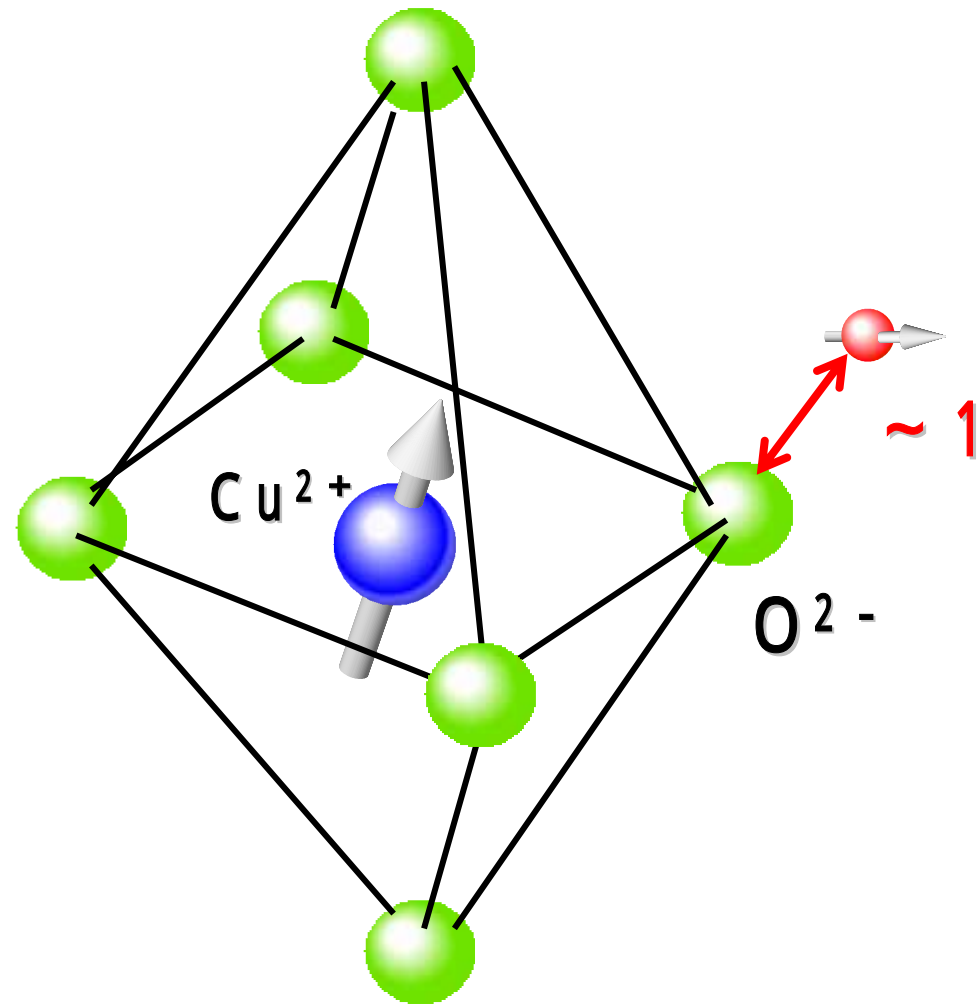


# 物質中の $\mu^+$ 軽い陽子(質量1/9)として振舞う

1. 拡散

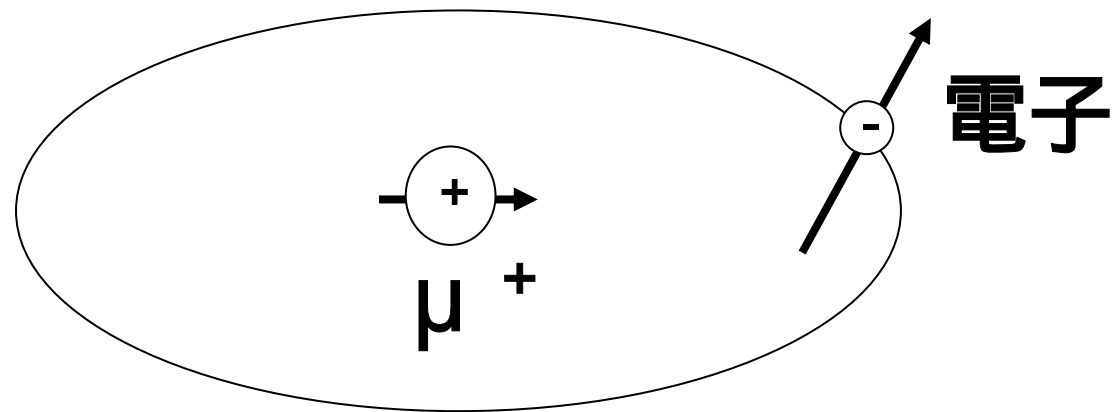
2. 負イオンの近くに停まる





# 物質中の $\mu^+$ 軽い陽子(質量1/9)として振舞う

1. 拡散
2. 負イオンの近くに停まる
3. 電子と結合 $\rightarrow$ ミュオニウム(中性)



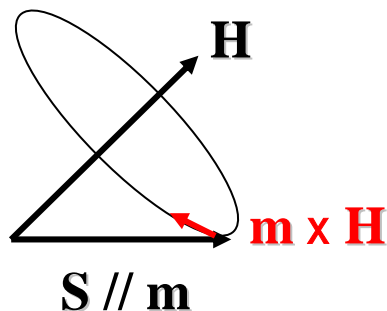
# 負イオンの近くに停まった $\mu^+$

磁気モーメント  $m = \mu \hbar s$

停まった場所の磁場  $H$  を感じる

トルク  $m \times H$  により角運動量の時間変化

$$\hbar ds/dt = m \times H$$



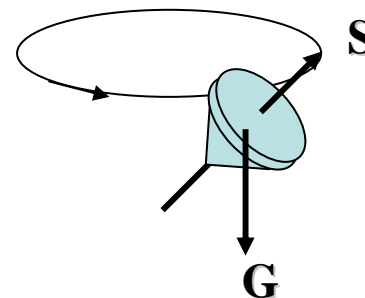
ラーモアの歳差運動

角振動数  $= \mu H$

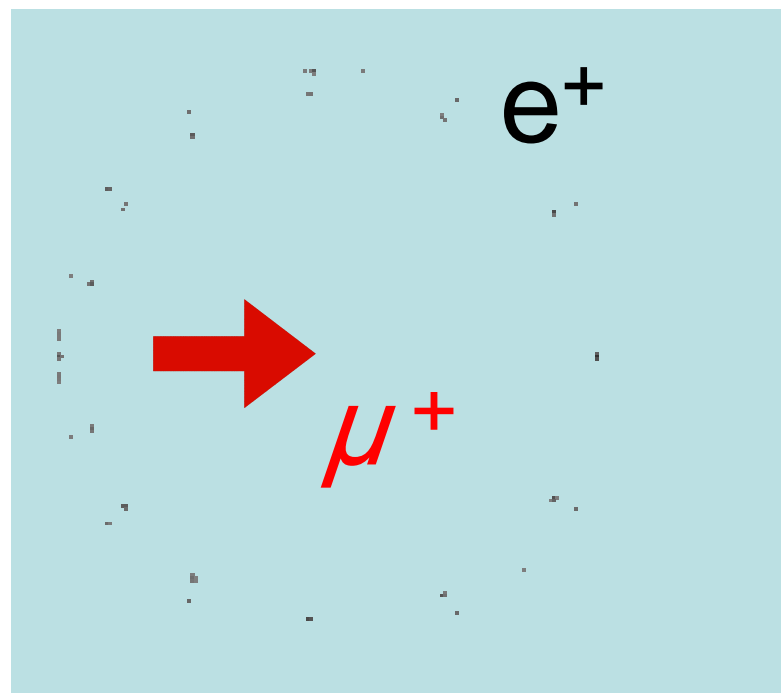
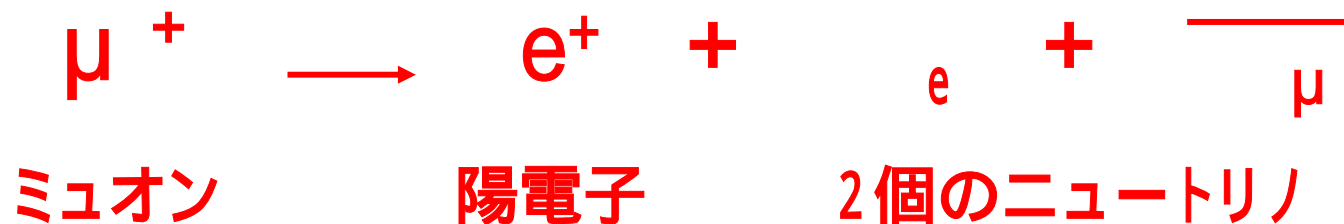
$$\mu = 2 \times 13.55 \text{ kHz/G}$$

$$\text{周期 } T = 2 \pi / \mu H = 2 \pi / (\mu H)$$

cf. 重力場の独楽の  
首振り運動



# $\mu^+$ (静止寿命: 2.2 $\mu$ sec) の崩壊



陽電子の放出方向:  
 $\mu^+$  のスピンの方向に最大

陽電子の検出器:  $\mu^+$  の崩壊時のスピンの向きを検出

$\mu^+$  が物質中に停まった時間を時間軸の原点

$\mu^+$  の崩壊間での時間は様々

$$N = N_0 e^{-t/\tau}$$
$$= 2.2 \mu \text{ sec}$$

$\mu^+$  が物質中に停まってからの  
スピンの向きの変化

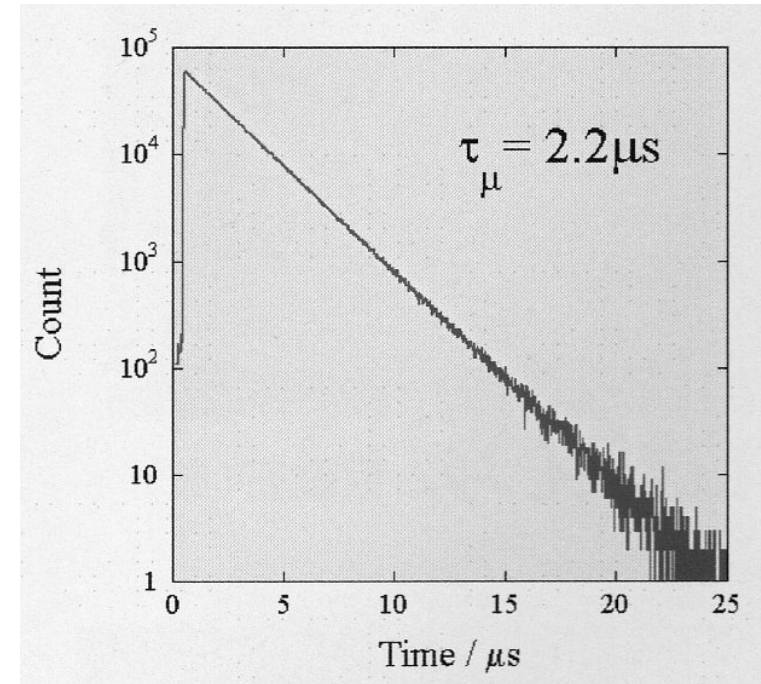
→ ラーモアの歳差運動の周期

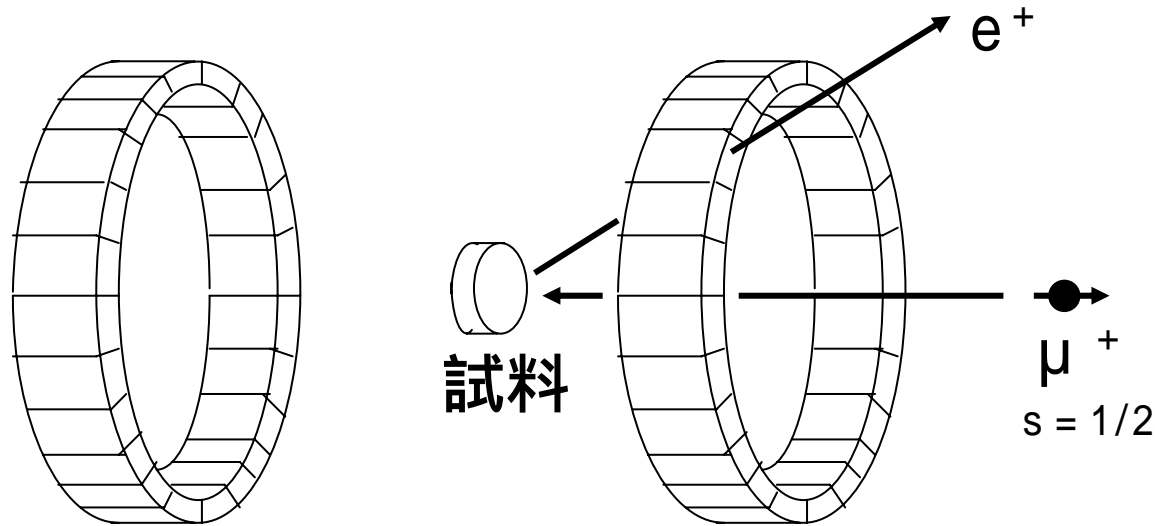
→  $\mu^+$  が停まった場所の磁場  $H$

**ミュオンスピン回転・緩和・共鳴法**

**Muon Spin Rotation, Relaxation, Resonance**

**→  $\mu$  SR法**





後方陽電子カウンター  
B(t)

前方陽電子カウンター  
F(t)

$$F(t) = N_0 e^{-t/\tau} (1 + A_0 G_Z(t))$$

$$B(t) = N_0 e^{-t/\tau} (1 - A_0 G_Z(t))$$

$N_0$ : 定数 (t=0でのミュオン数),  $\tau = 2.2 \mu \text{ sec}$

$A_0$ : 定数 (試料とカウンターの配置,

崩壊陽電子の放出方向の異方性)

$G_Z(t)$ :  $\mu^+$  のスピンの偏極度,  $G_Z(0) = 1$

$$F(t) = N_0 e^{-t/\tau} (1 + A_0 G_Z(t))$$

$$B(t) = N_0 e^{-t/\tau} (1 - A_0 G_Z(t))$$

$N_0$ : 定数 (ミュオン数),  $\tau = 2.2 \mu \text{ sec}$

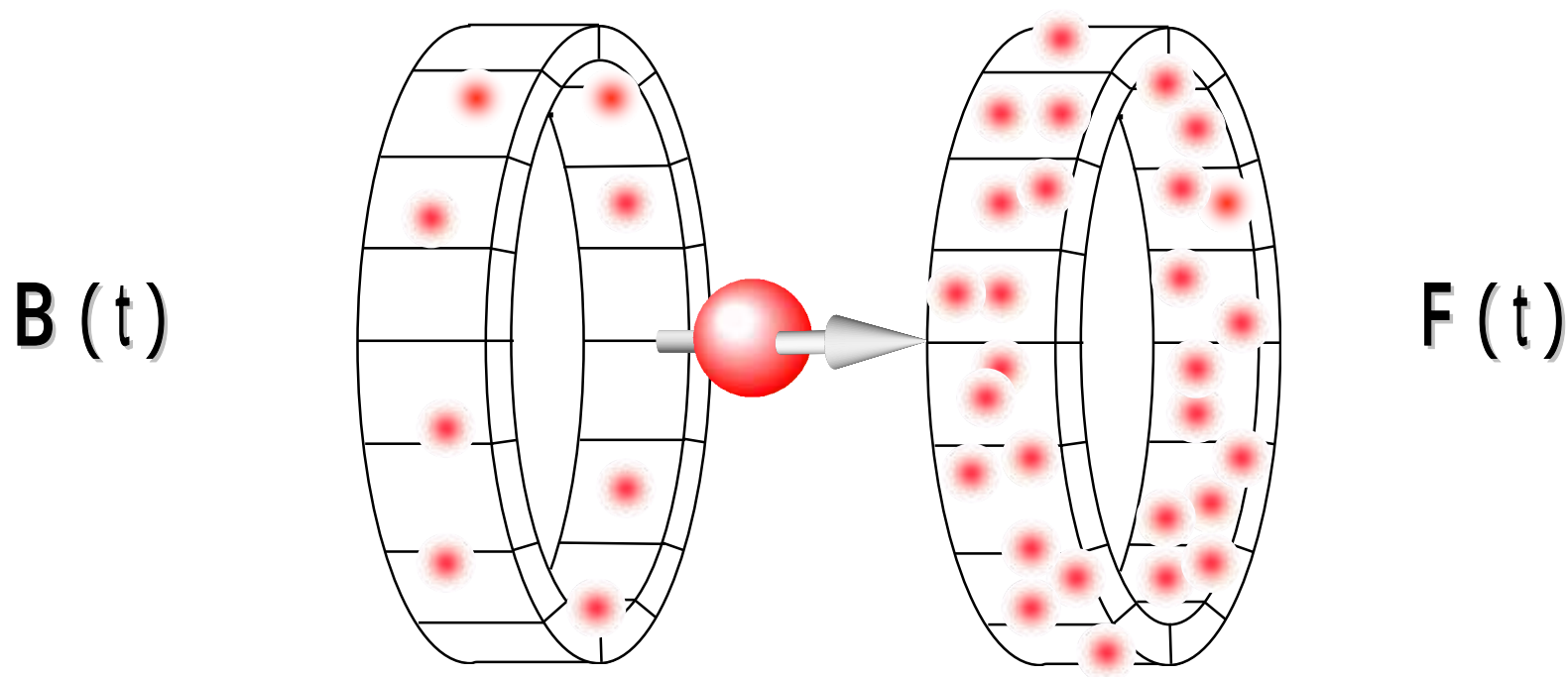
$A_0$ : 定数 (試料とカウンターの配置,  
崩壊陽電子の放出方向の異方性)

$G_Z(t)$ :  $\mu^+$  のスピンの偏極度,  $G_Z(0) = 1$

非対称度:  $A(t) = \frac{F(t) - B(t)}{F(t) + B(t)}$   
(アシンメトリ)

$$A(t) = A_0 G_Z(t)$$

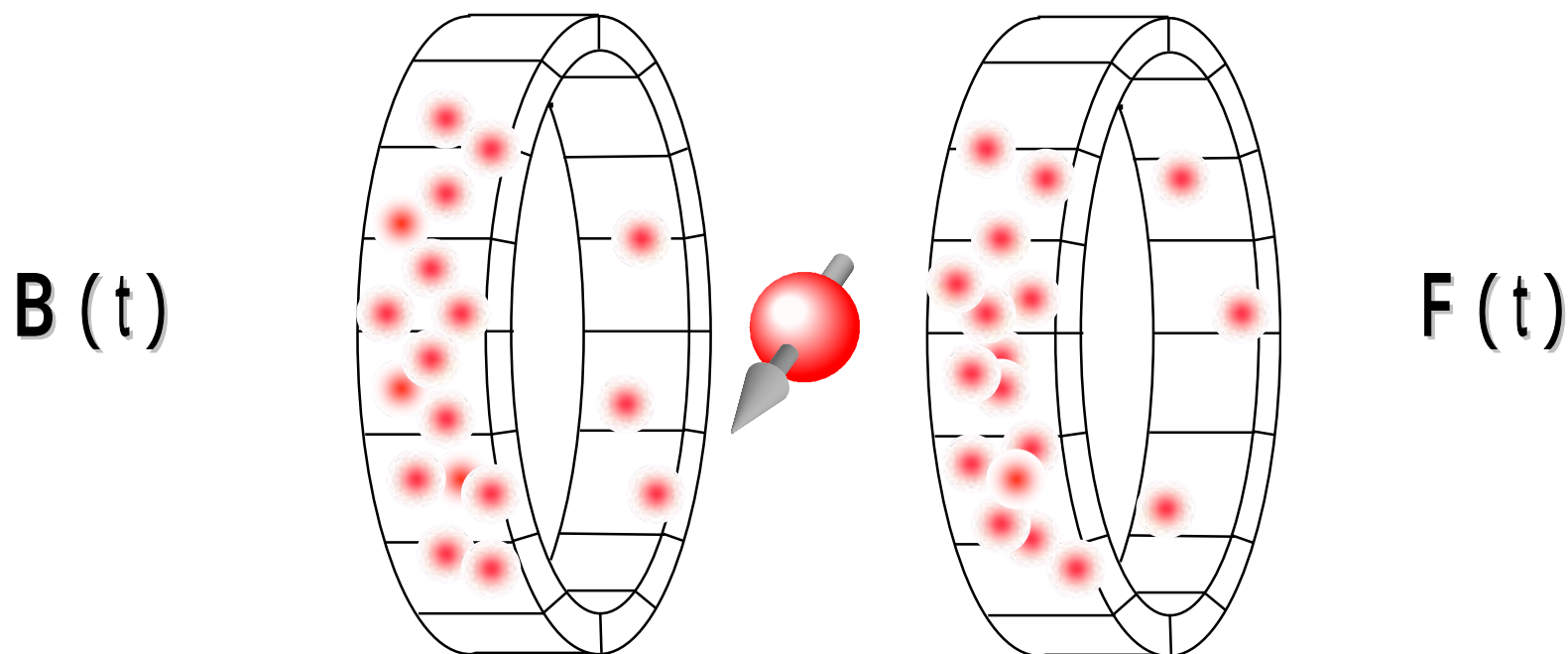
## ミュオン спин方向により多くの陽電子カウント



$F(t) > B(t)$  : アシンメトリーはプラス

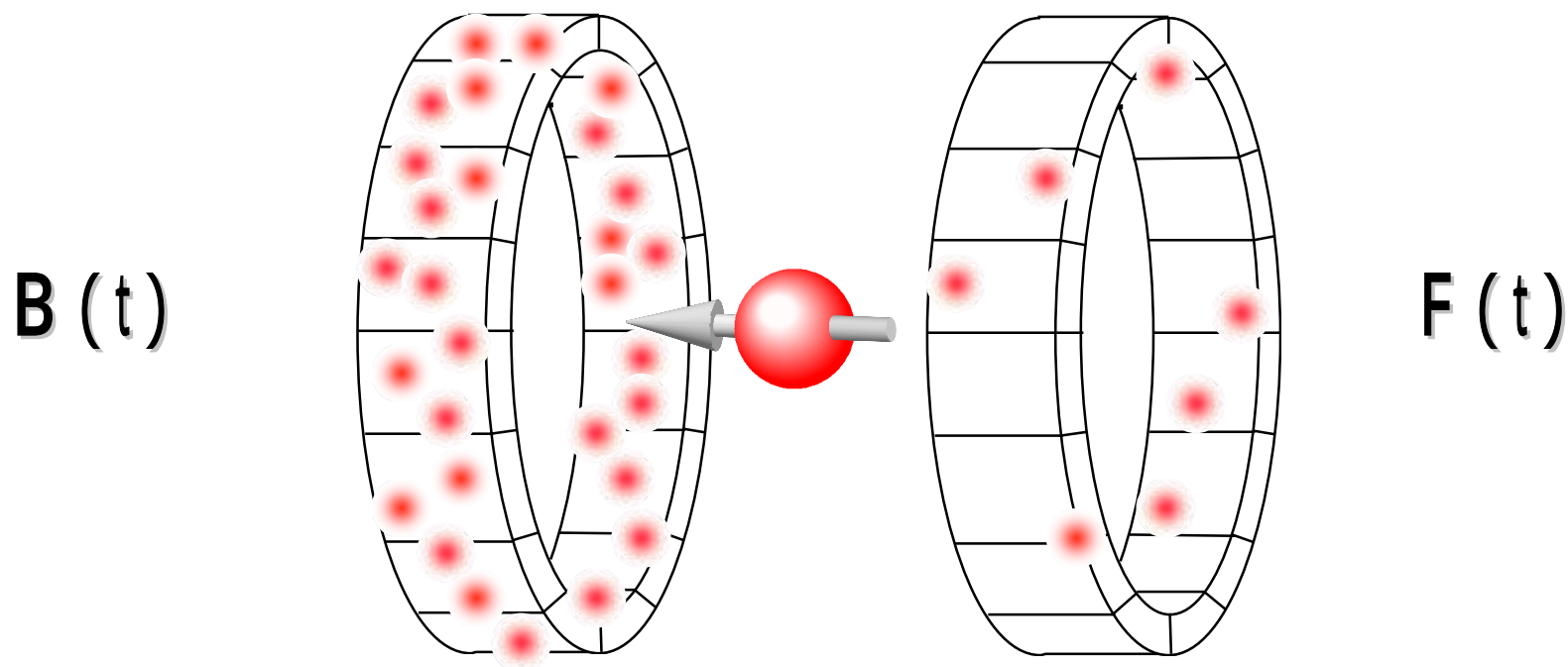


## ミュオン спин方向により多くの陽電子カウント



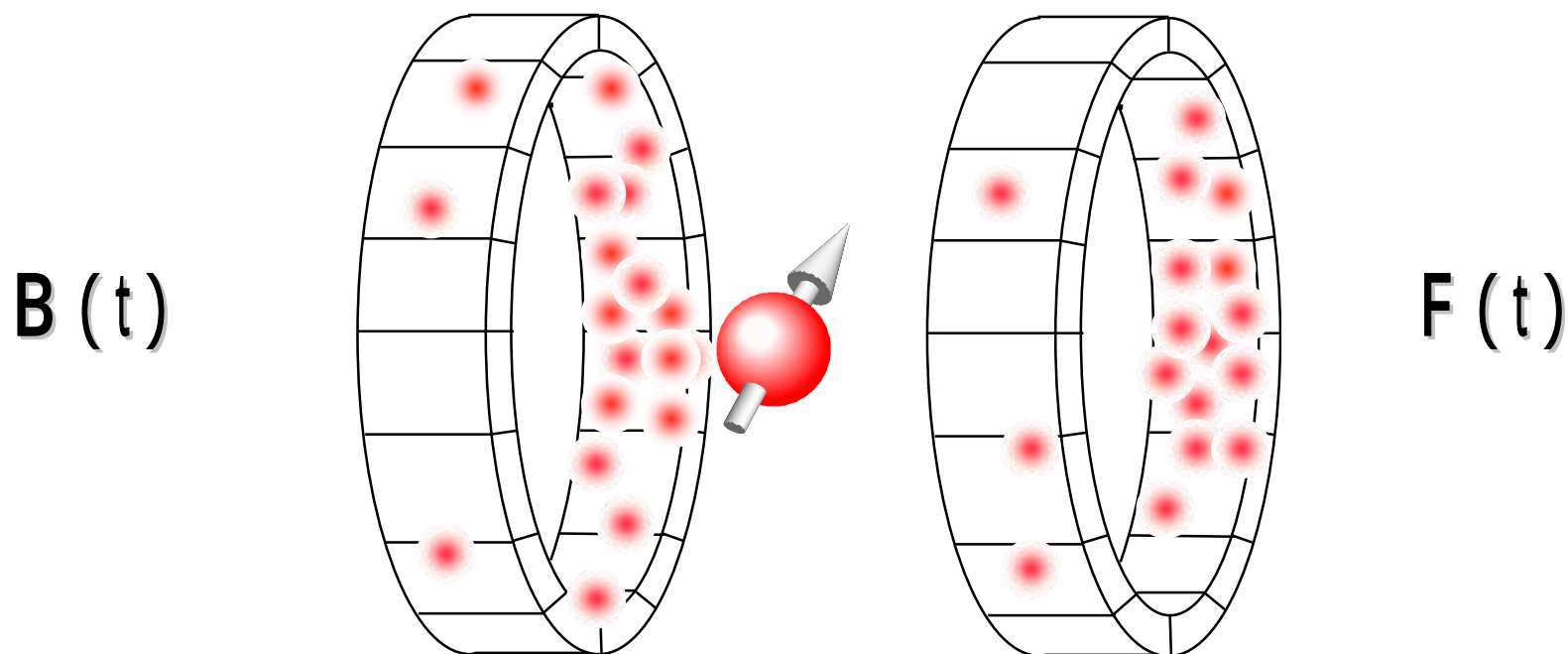
$F(t) = B(t)$  : アシンメトリはゼロ

## ミュオンスピン方向により多くの陽電子カウント



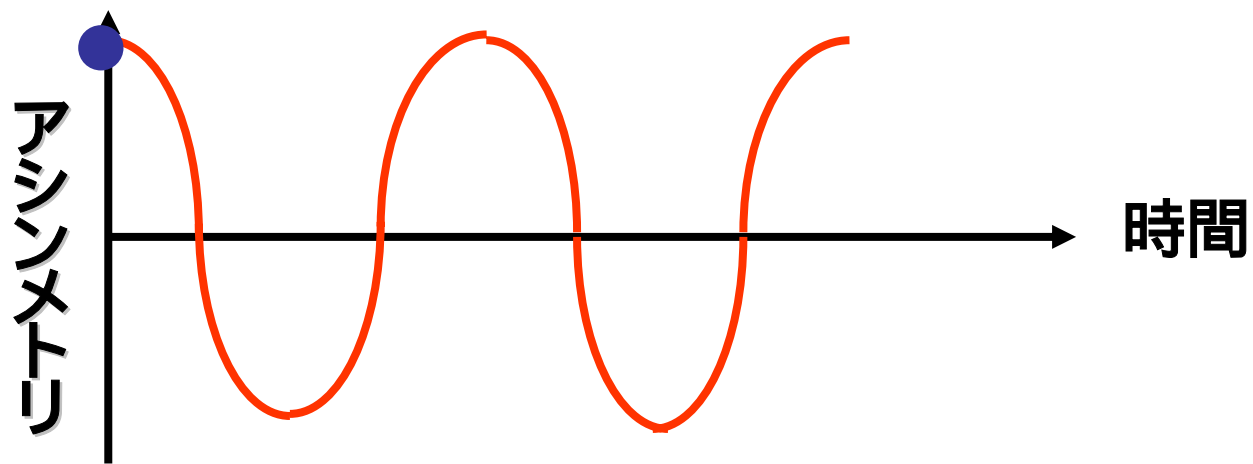
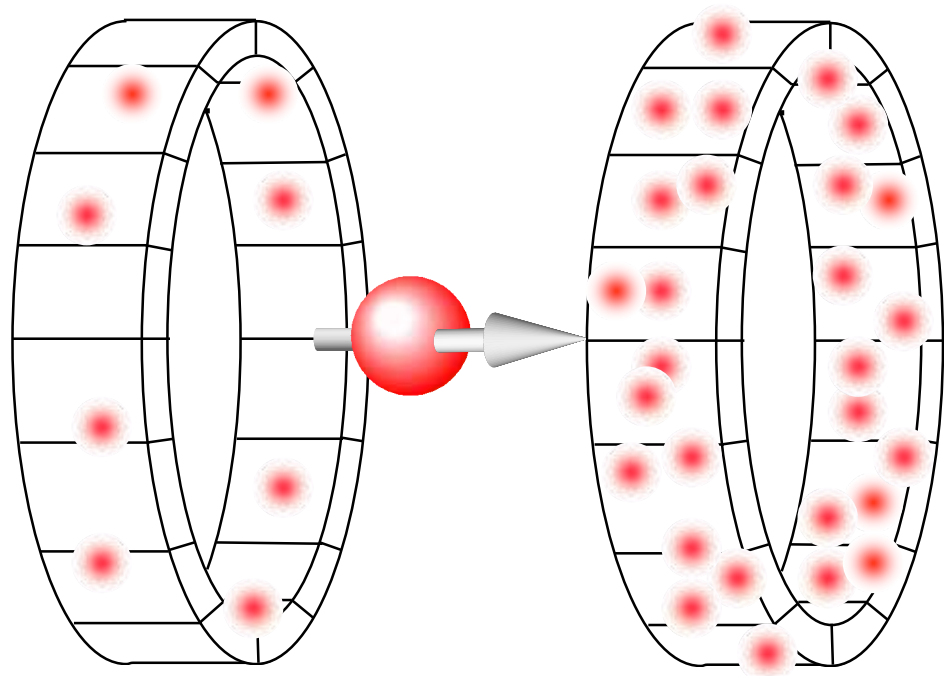
$F(t) < B(t)$  : アシンメトリはマイナス

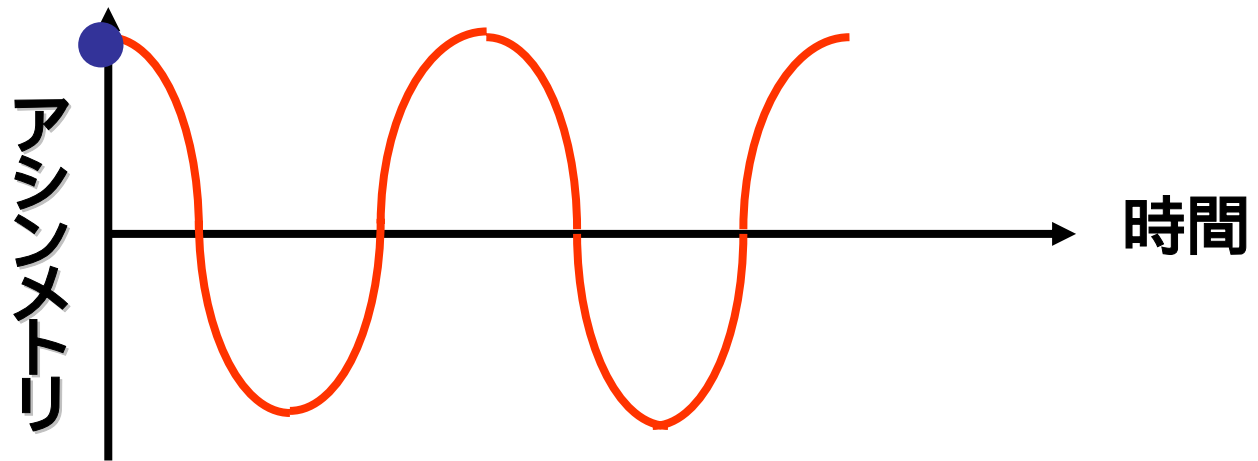
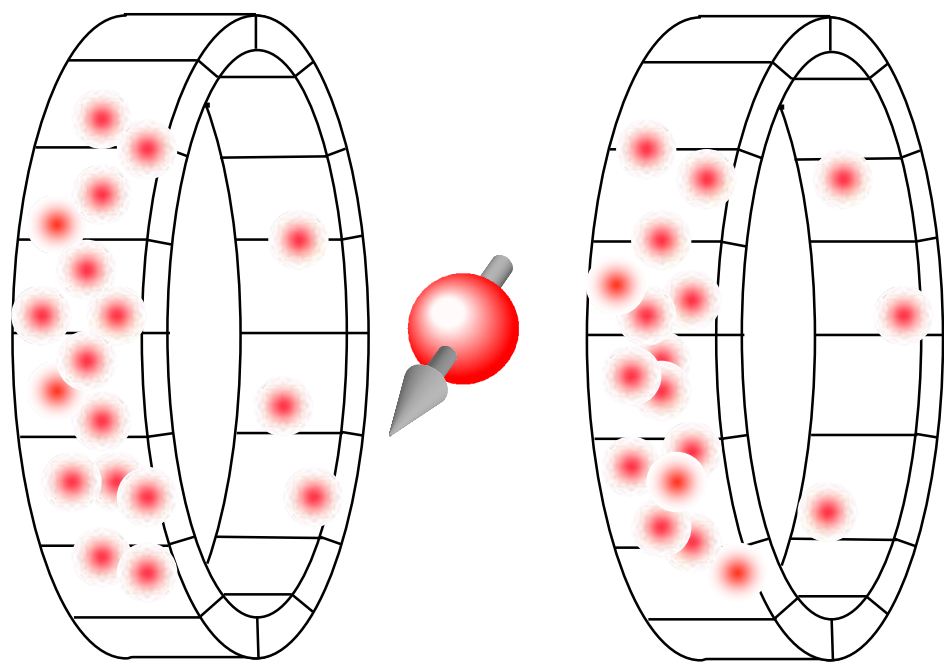
## ミュオン спин方向により多くの陽電子カウント

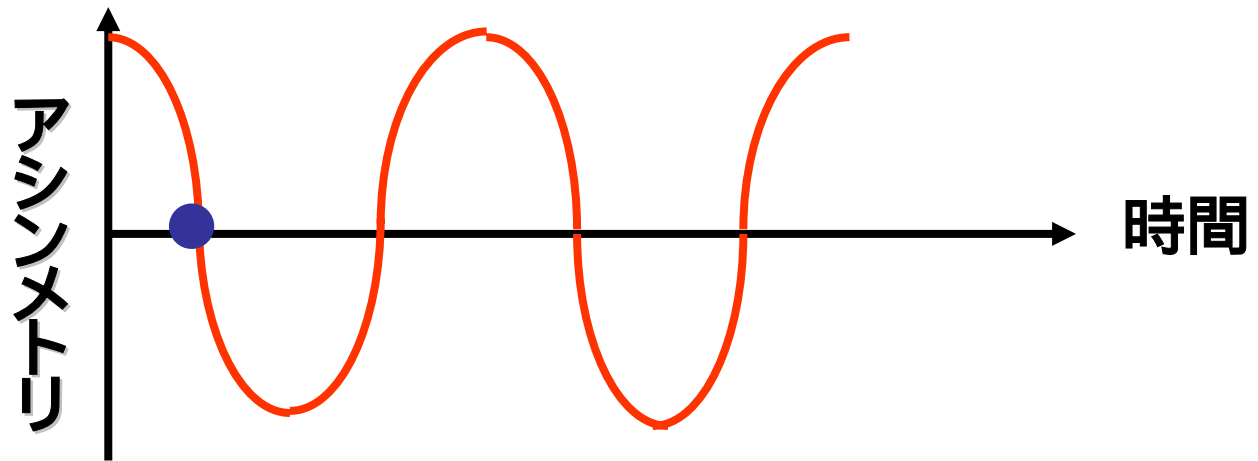
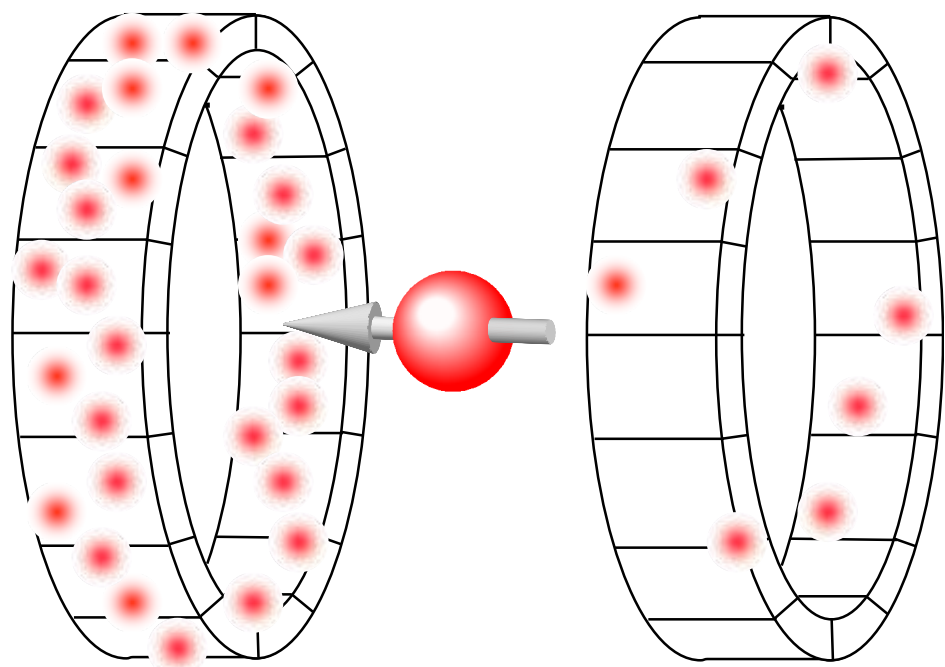


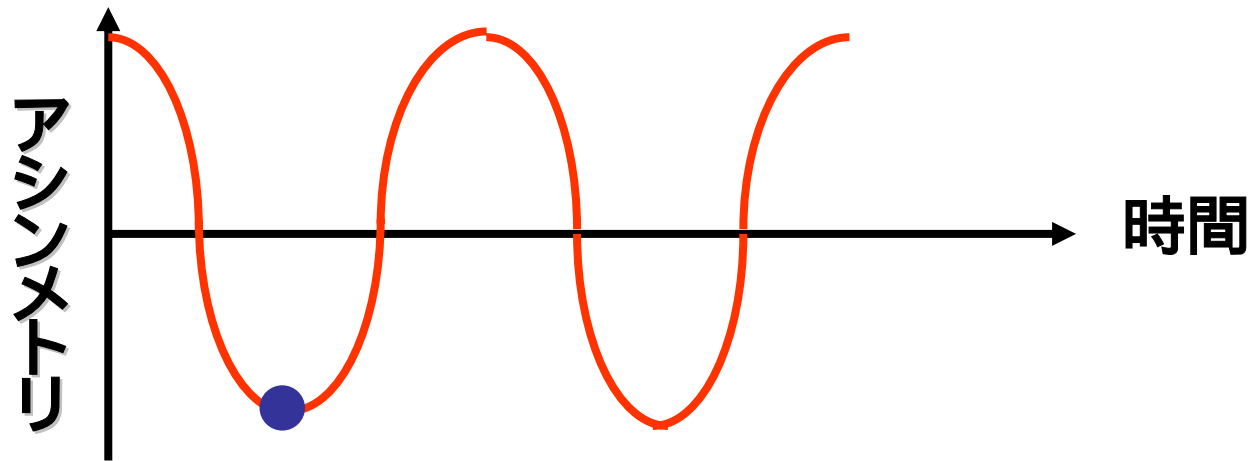
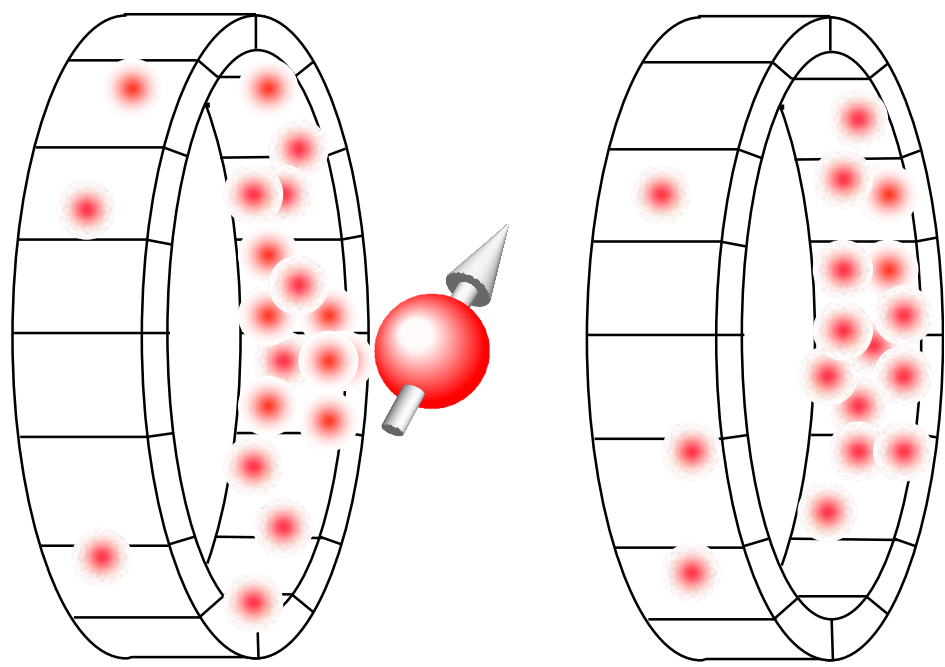
$F(t) = B(t)$  : アシンメトリはゼロ

結果として

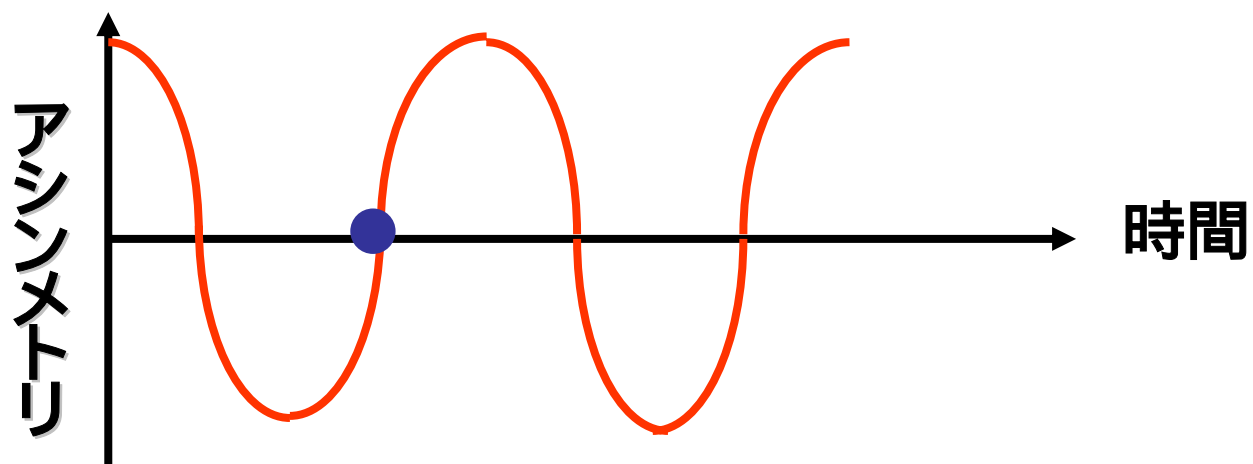
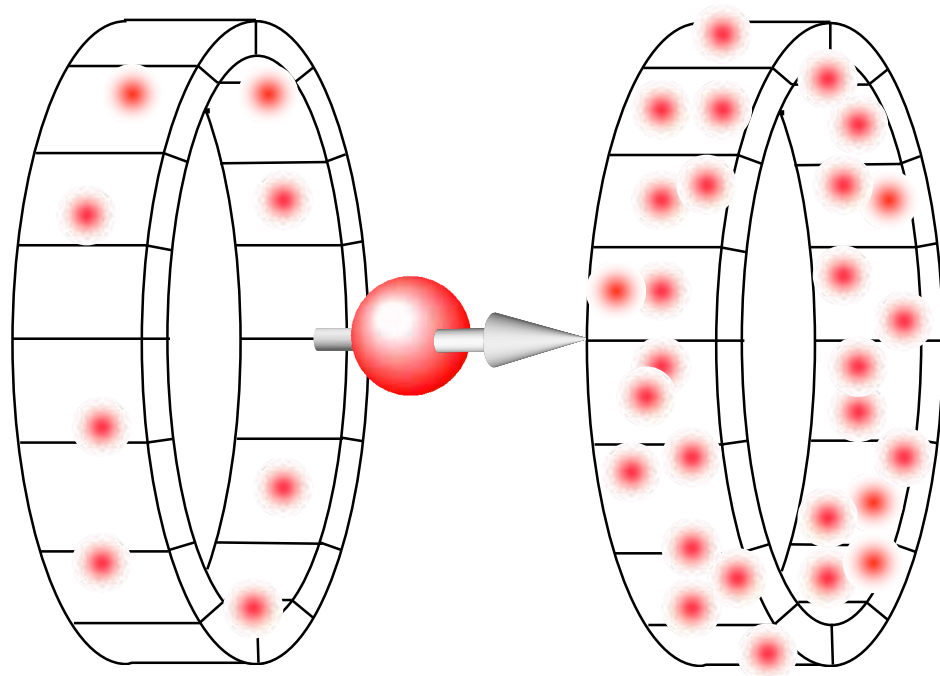


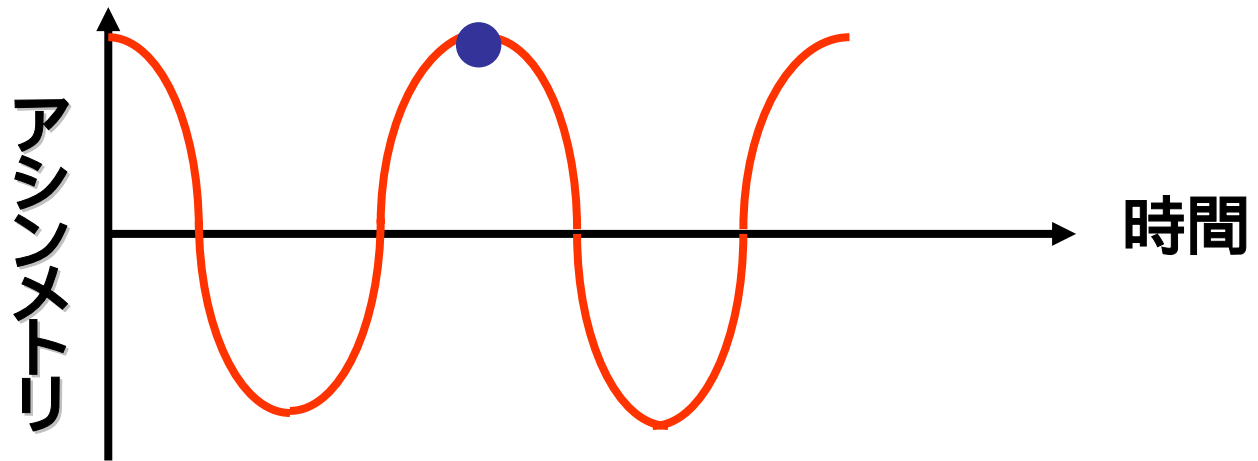
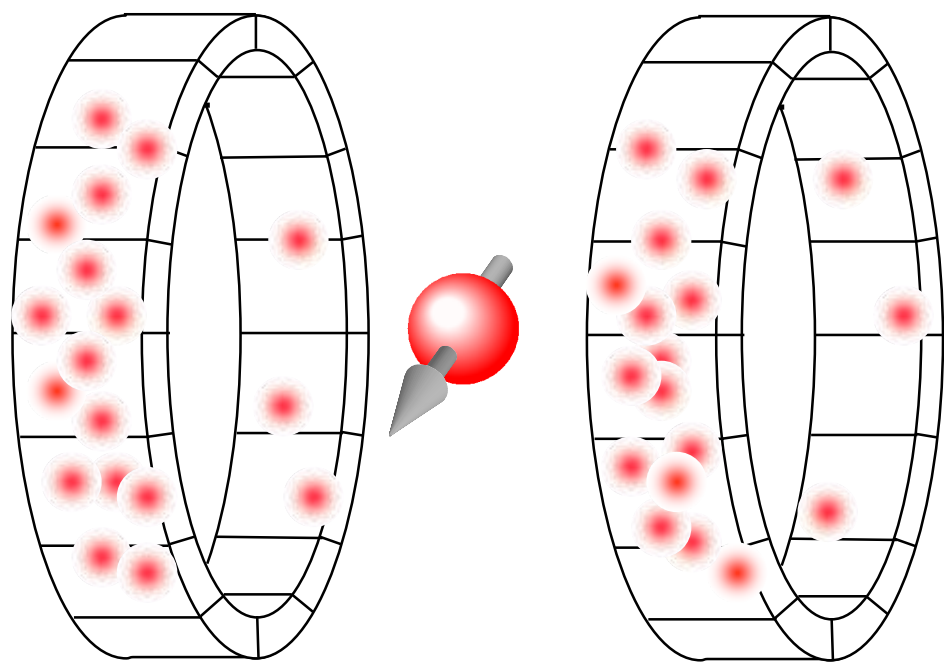


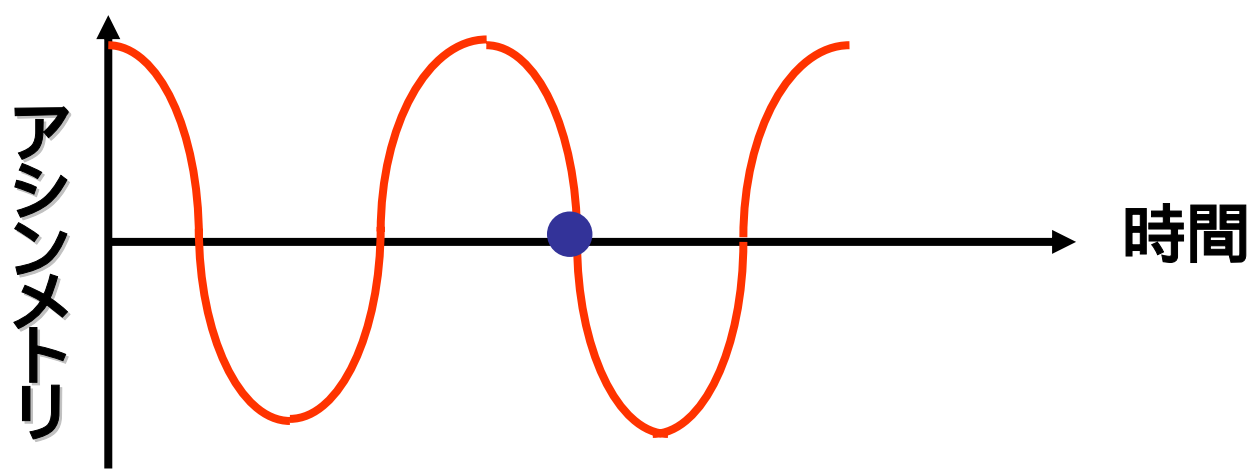
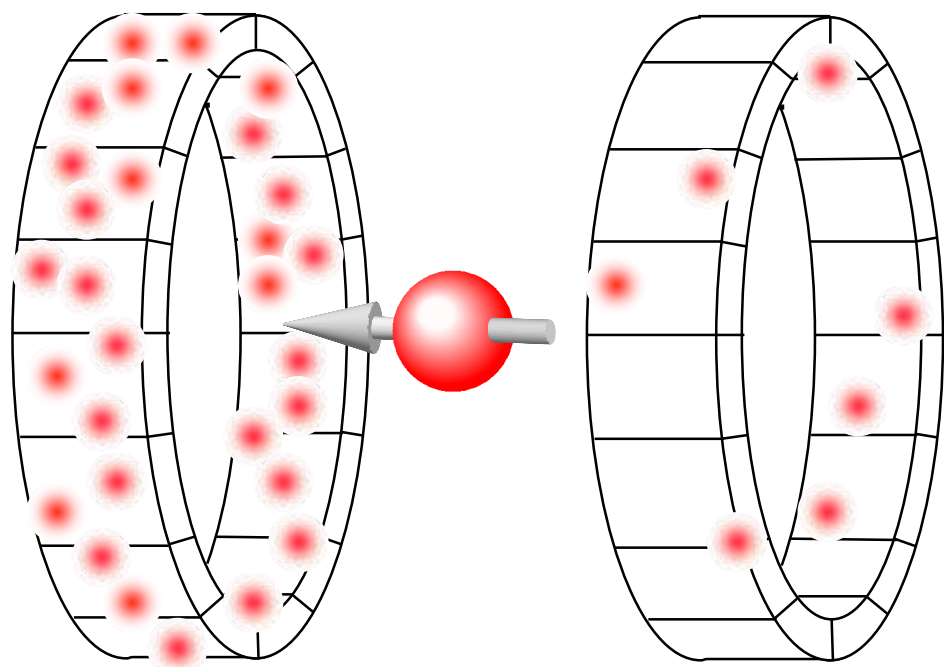


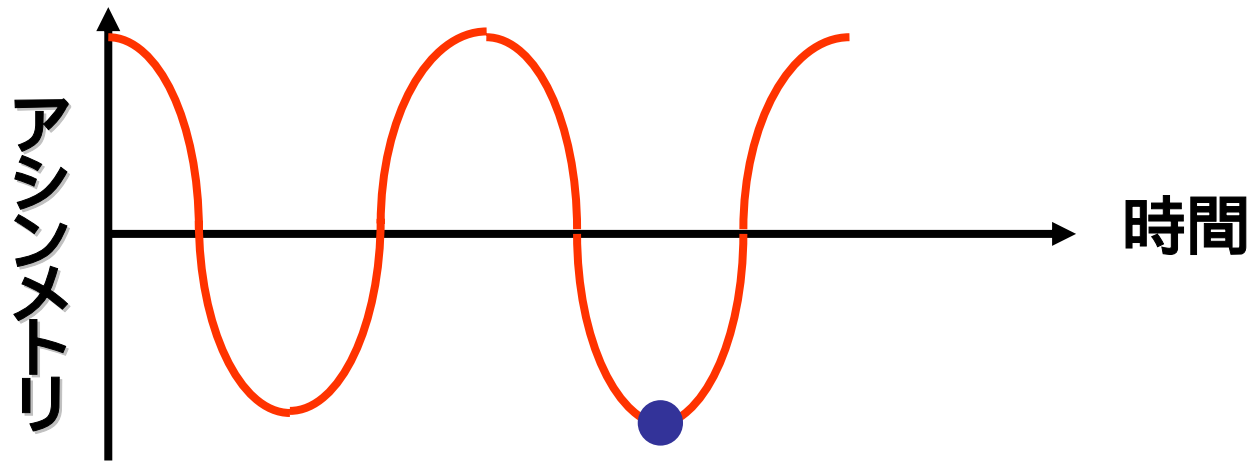
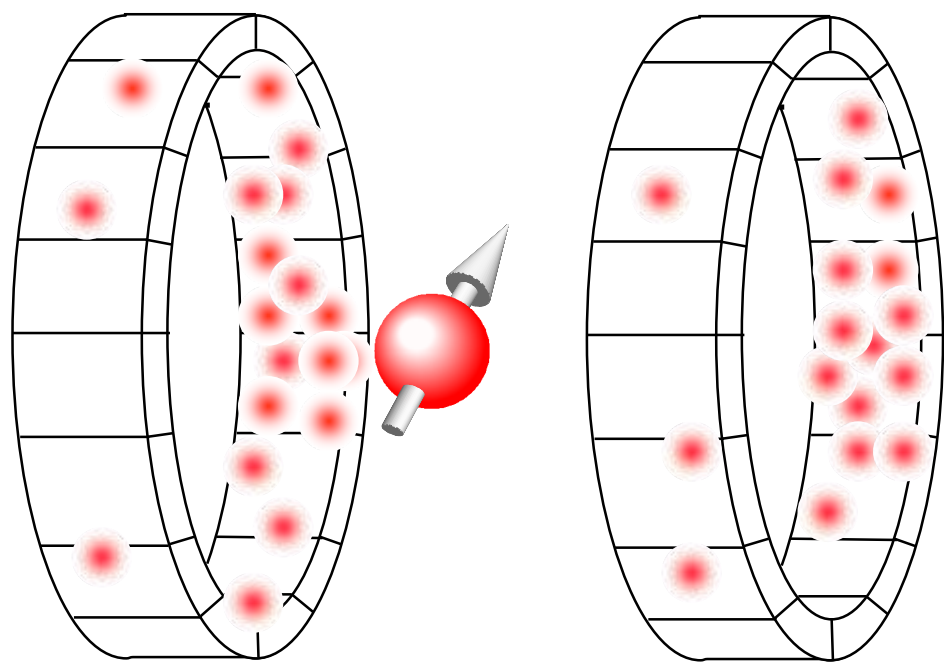


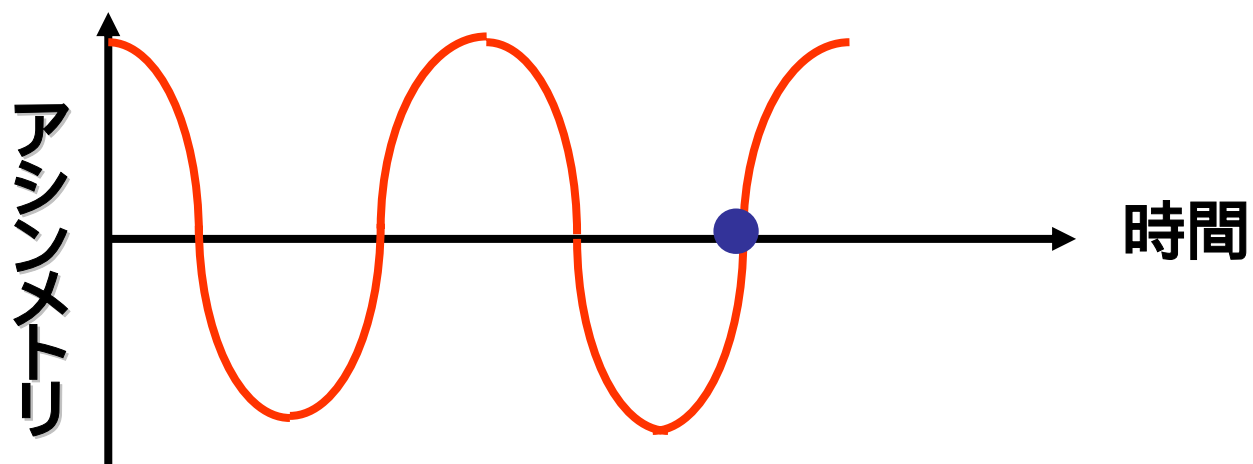
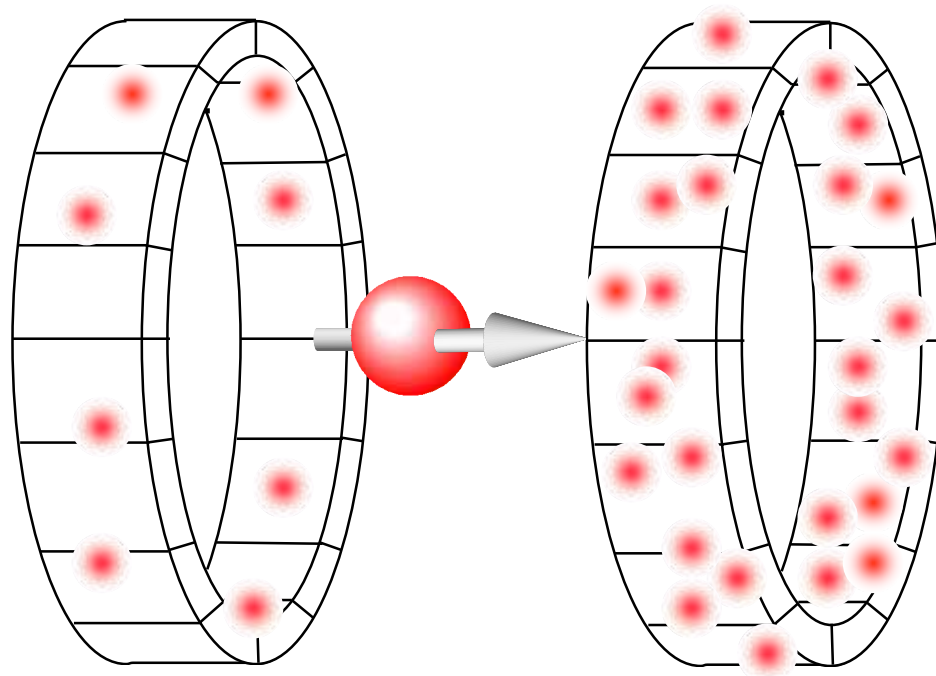






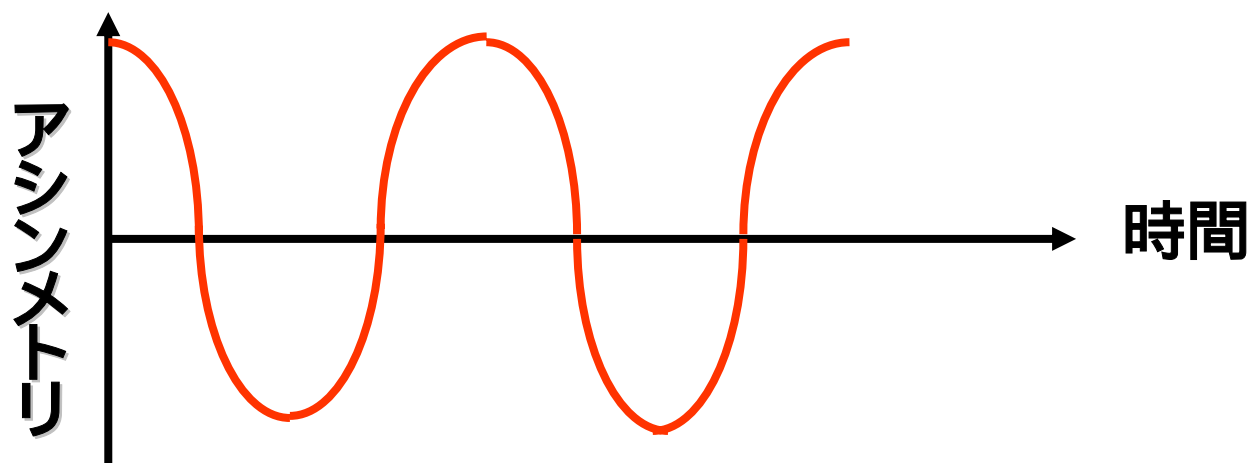




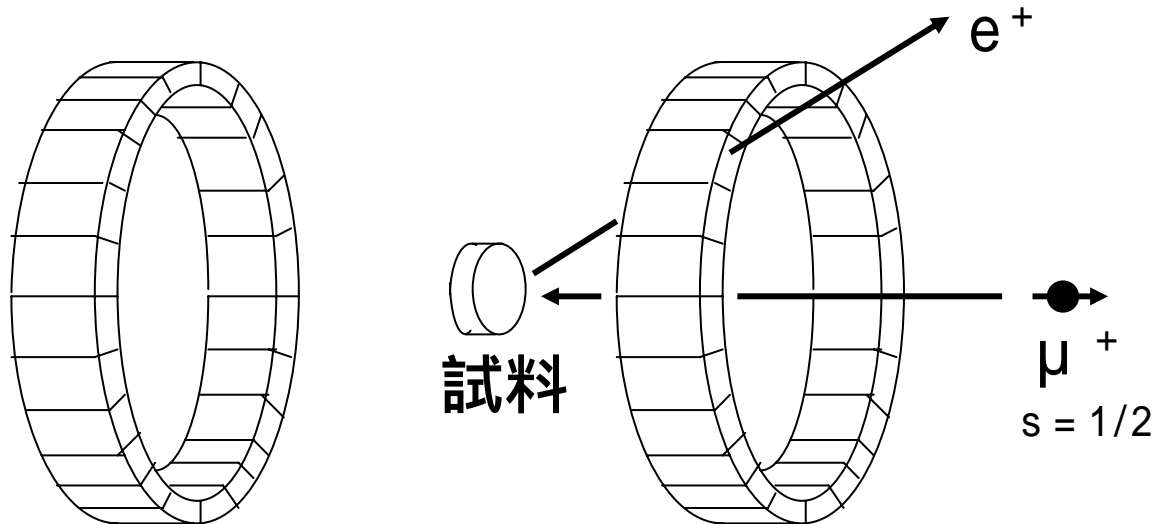


試料中のミュオンの運動に特有な  
アシンメトリの時間変化が観測される。

ミュオンスピン回転 = アシンメトリの周期的振動



# ミュオンが内部磁場を感じない場合

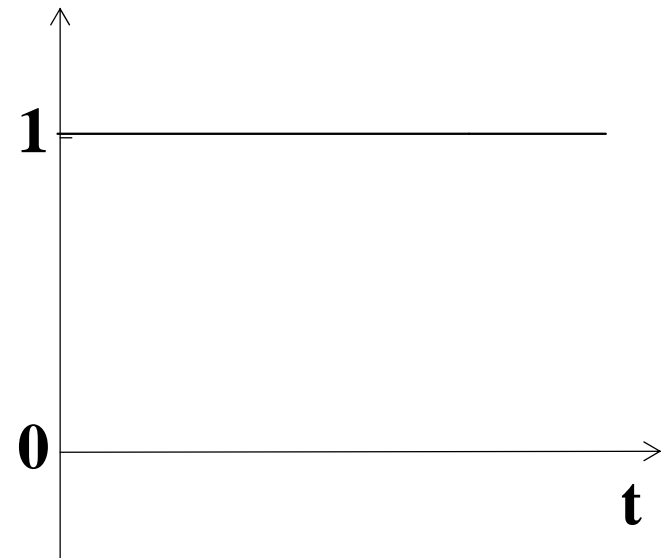


後方陽電子カウンター  
 $B(t)$

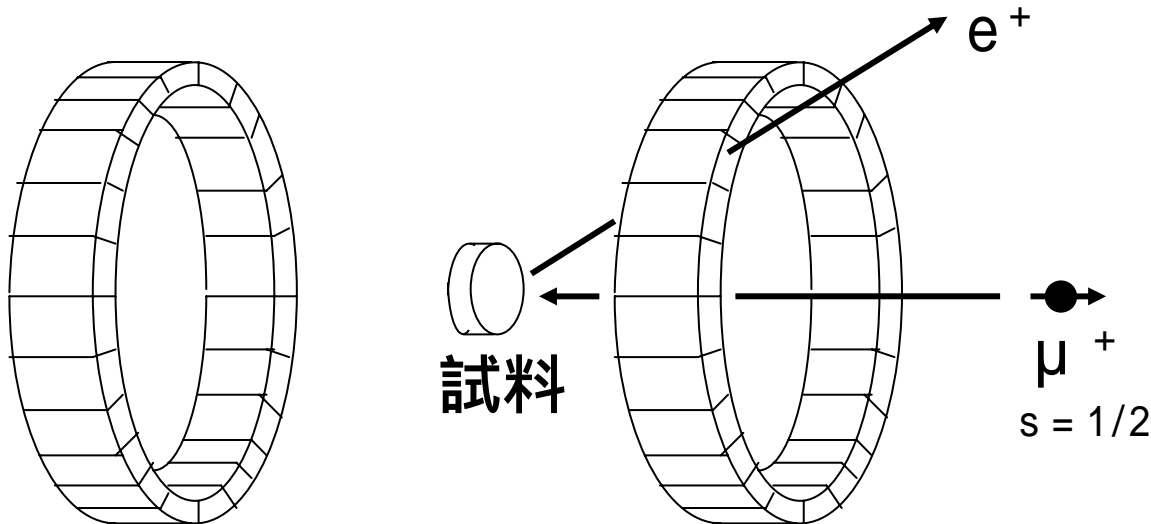
前方陽電子カウンター  
 $F(t)$

$G_Z(t)$

$$A(t) = \frac{F(t) B(t)}{F(t) + B(t)} = A_0 G_Z(t)$$



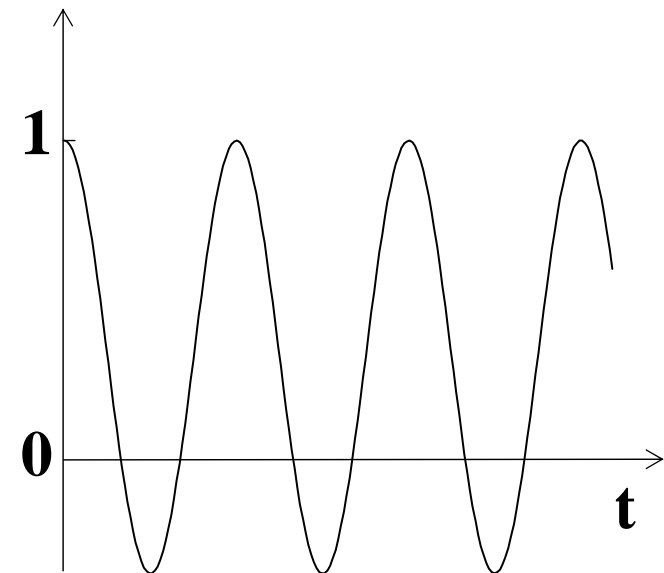
# ミュオンが一様な内部磁場を感じる場合



後方陽電子カウンター  
B(t)

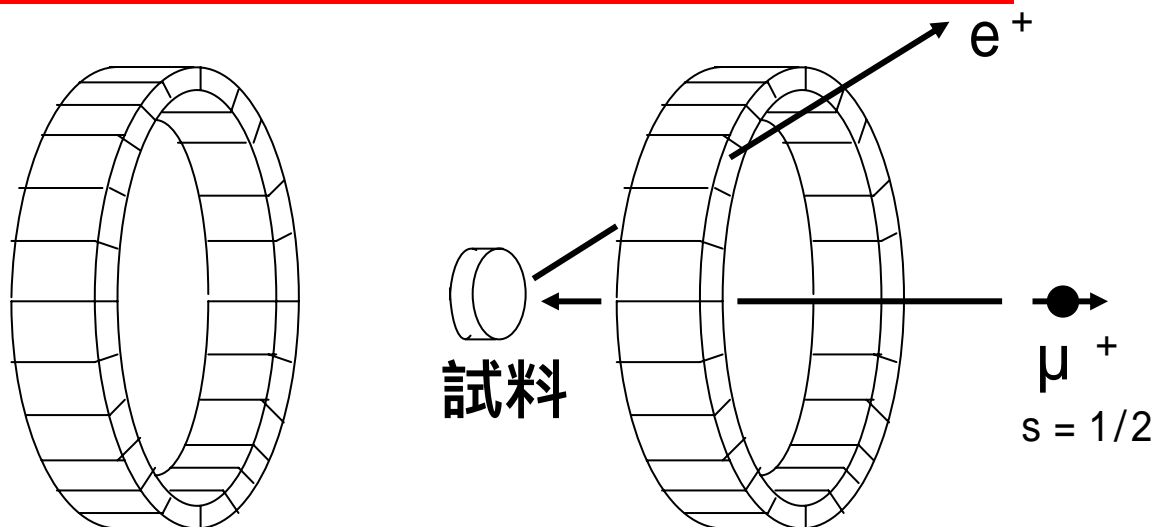
前方陽電子カウンター  
F(t)     $G_Z(t)$

$$A(t) = \frac{F(t) - B(t)}{F(t) + B(t)} = A_0 G_Z(t)$$





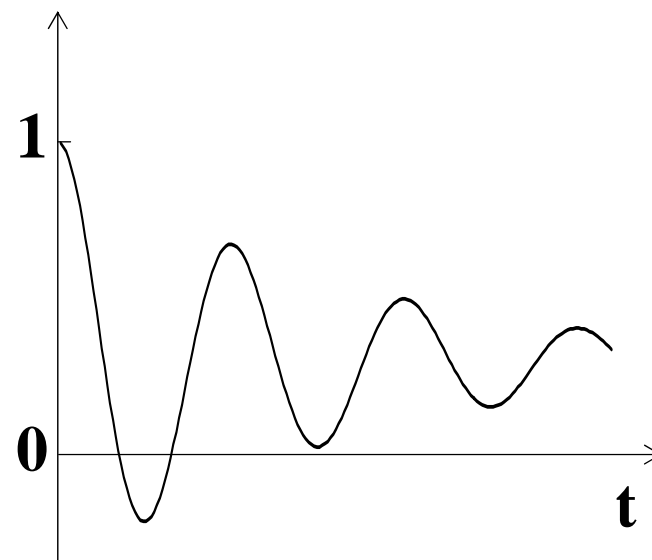
# 内部磁場に不均一がある場合



後方陽電子カウンター  
 $B(t)$

前方陽電子カウンター  
 $F(t)$   
 $G_Z(t)$

$$A(t) = \frac{F(t) - B(t)}{F(t) + B(t)} = A_0 G_Z(t)$$



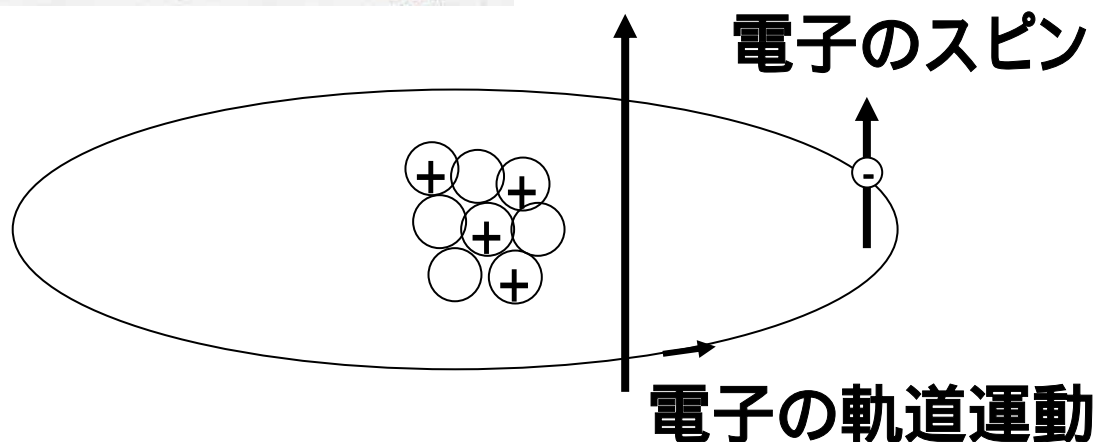
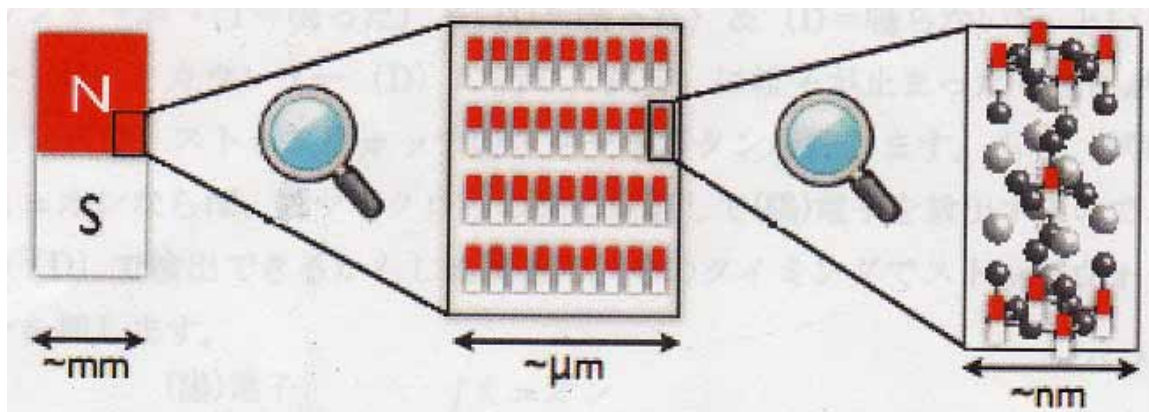
1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに

# 物質の磁性の起源

磁石: マクロな磁化M: マクロな磁気モーメント

S極 → N極

起源: ミクロな電子の磁気モーメントm



# 物質の磁性の起源

磁石: マクロな磁化  $M$ : マクロな磁気モーメント

S極  $\longrightarrow$  N極

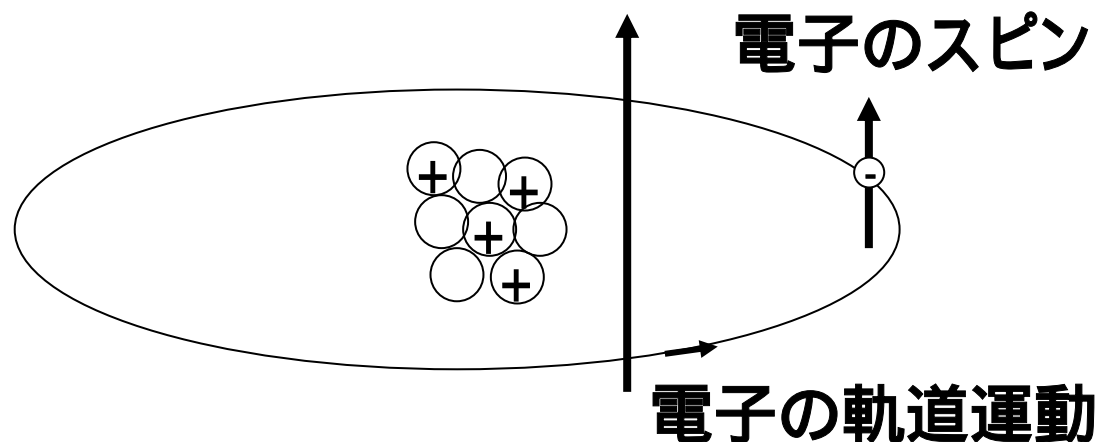
起源: ミクロな電子の磁気モーメント  $m$

$$m = \hbar J$$

$$\text{全角運動量: } \hbar J = \hbar L + \hbar S$$

$$\text{軌道角運動量: } \hbar L$$

$$\text{スピン角運動量: } \hbar S$$



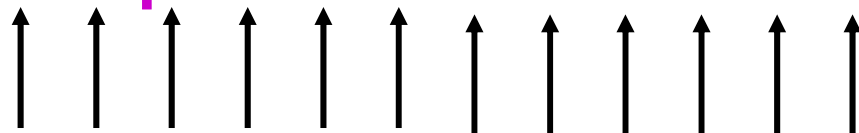
# 様々な磁性

→ 物質内部の磁場も様々な

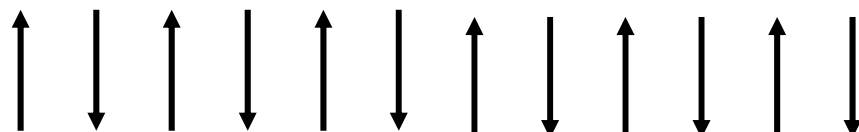
## 磁気秩序状態

$\mu$ SR が有効！！

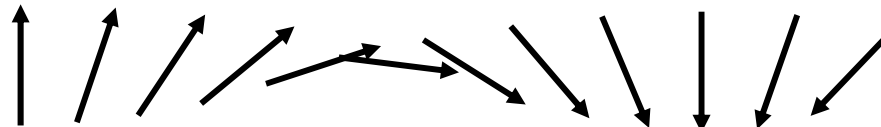
・強磁性



・反強磁性

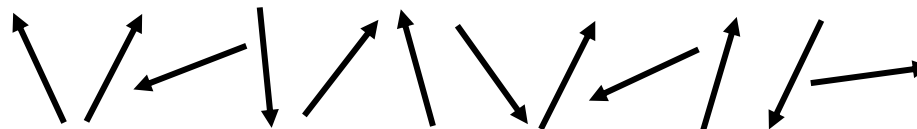


・らせん磁性



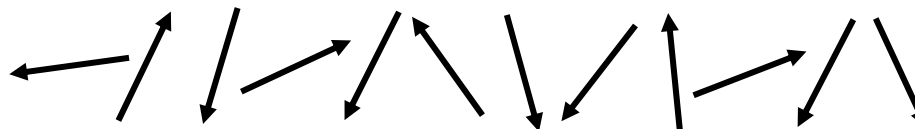
## 磁気無秩序状態

・スピングラス



静的

・常磁性

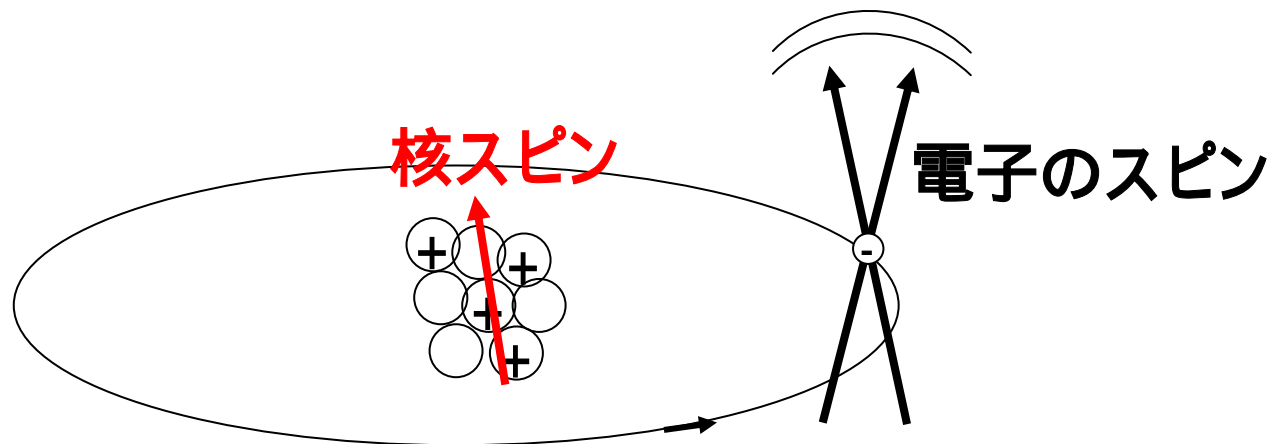


動的(激しく時間変化)、高温

# 常磁性状態における $\mu$ SR

## ミュオンの感じる磁場

- ・電子の磁気モーメントが激しく時間変化  
時間平均ゼロ
- ・原子核のスピン(核スピン)の磁場  
ゆっくり揺らいでいる  $\rightarrow$  静的ランダム磁場  
電子の磁気モーメントより3桁小さい  
 $\rightarrow$  非常に小さな内部磁場(数ガウス)



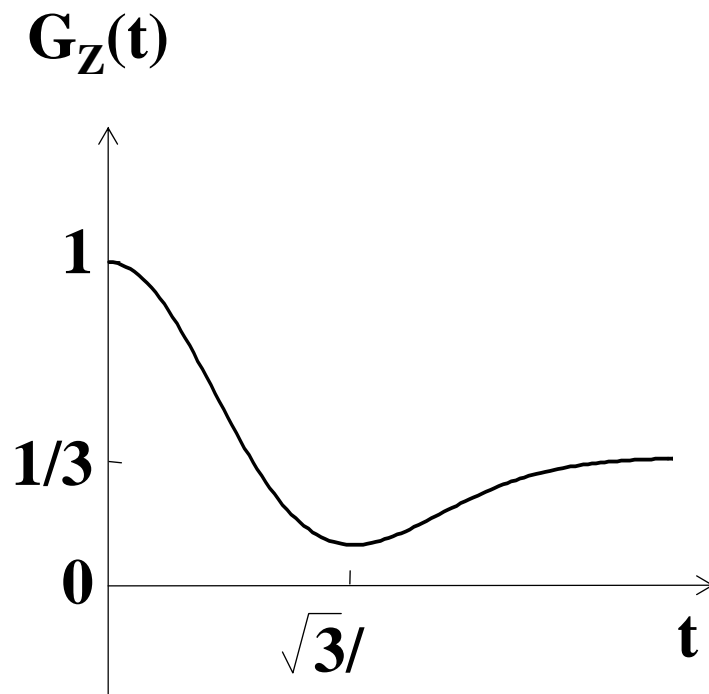
# 核スピンの作る磁場による緩和

ミュオンが停まってる各場所のランダム磁場  
仮定: ガウス分布

$$G_Z(t) = 1/3 + (2/3)(1 - \frac{1}{2} \mu^2 t^2) \exp(-\frac{1}{2} \mu^2 t^2)$$

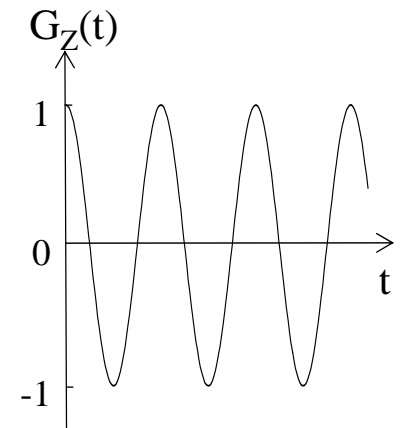
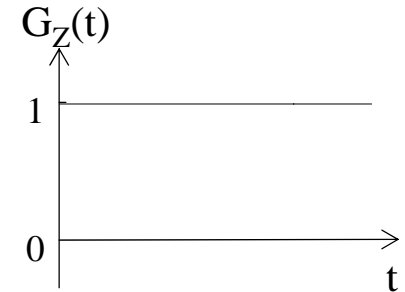
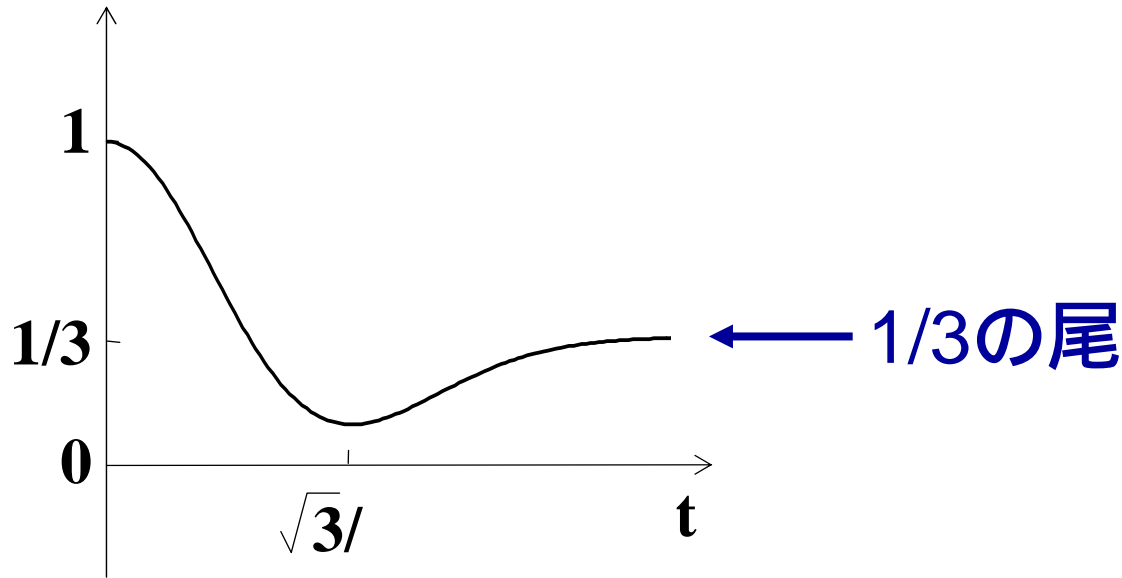
久保-鳥谷部関数

: 磁場分布の半値幅  
と  $\mu$  の積



$$G_Z(t) = 1/3 + (2/3)(1 - \cos^2 t) \exp(-t^2/2)$$

**久保-鳥谷部関数**



### 1/3の尾の直感的理解

近似: ミュオンが感じる磁場の1/3はx方向、  
1/3はy方向、1/3はz方向

→ z方向に偏極して入射されたミュオンの1/3:

歳差運動をしなくて  $G_Z(t) = 1$  のまま

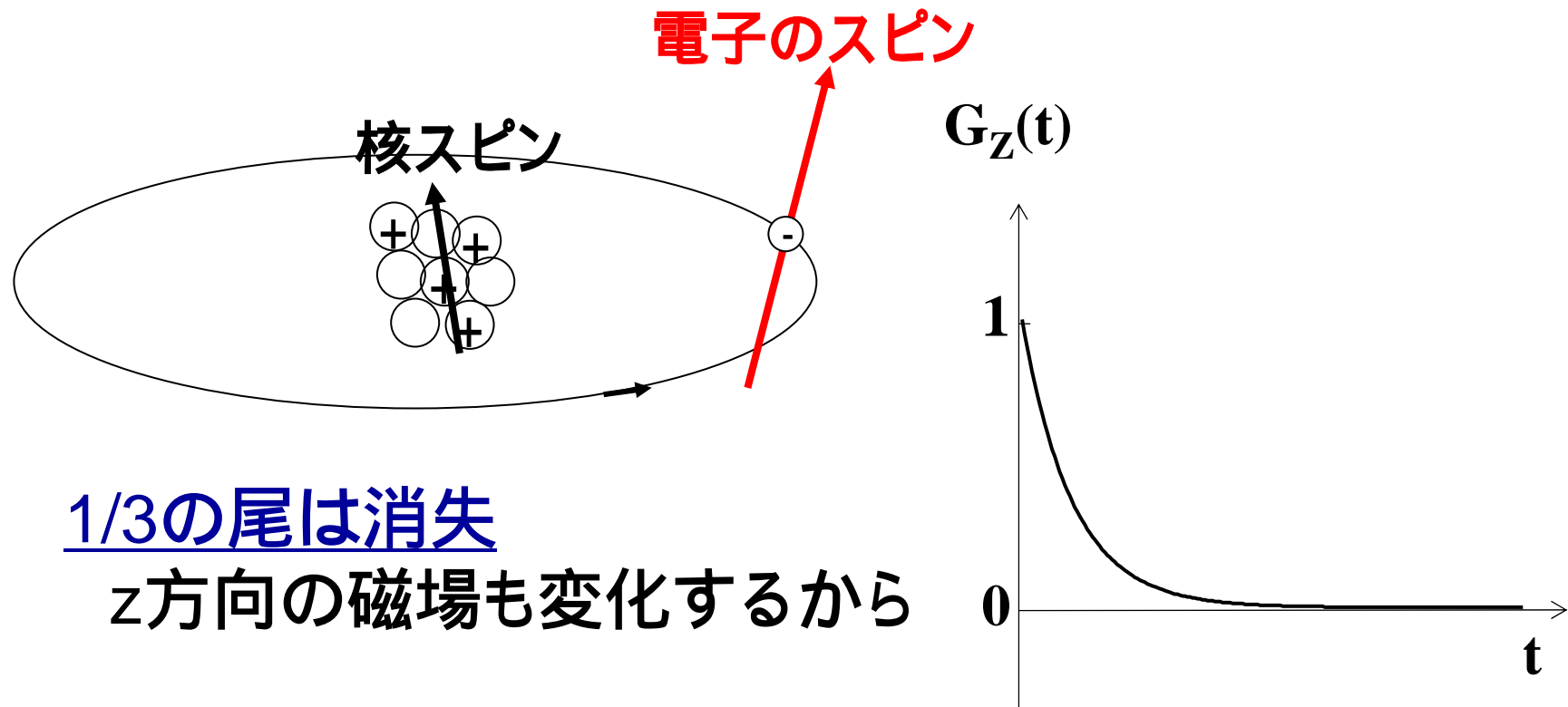
残りの2/3:  $G_Z(t) = 0$  を中心に歳差運動



# 磁気秩序状態に近づいた状態における $\mu$ SR

## ミュオンの感じる磁場

- ・電子の磁気モーメントにゆらぎがスローダウン  
ランダムでゆっくりゆらぐ大きな磁場
- ・核スピンの作る小さな磁場： 無視される

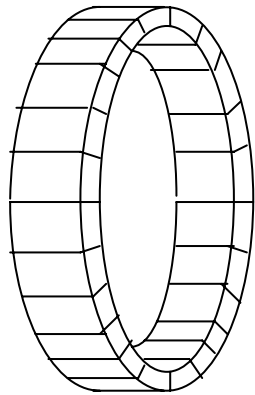


1/3の尾は消失

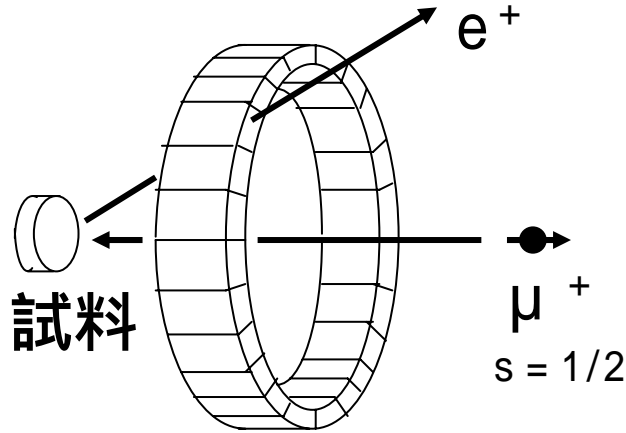
z方向の磁場も変化するから

# 強磁性状態の $\mu$ SR

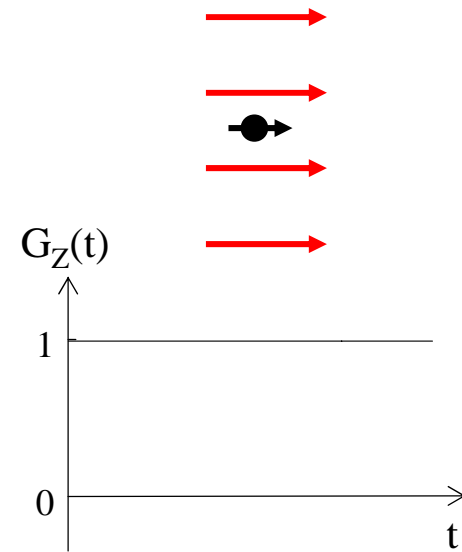
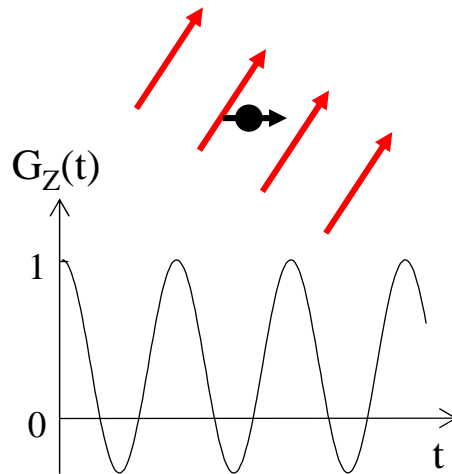
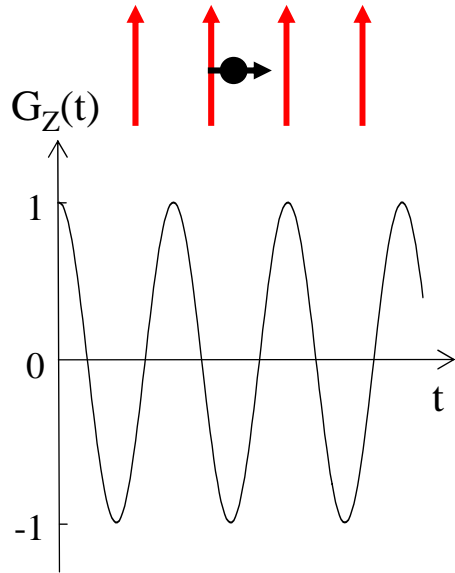
$$A(t) = \frac{F(t) - B(t)}{F(t) + B(t)} = A_0 G_Z(t)$$



$B(t)$

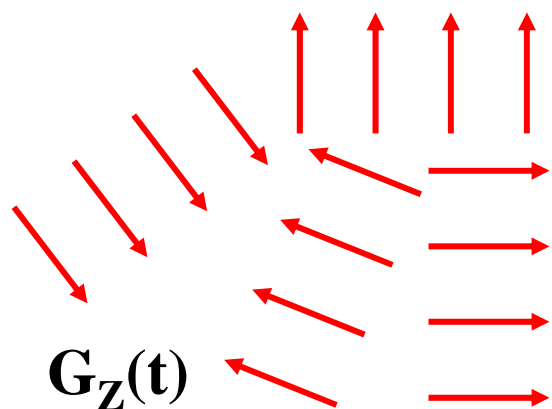


$F(t)$

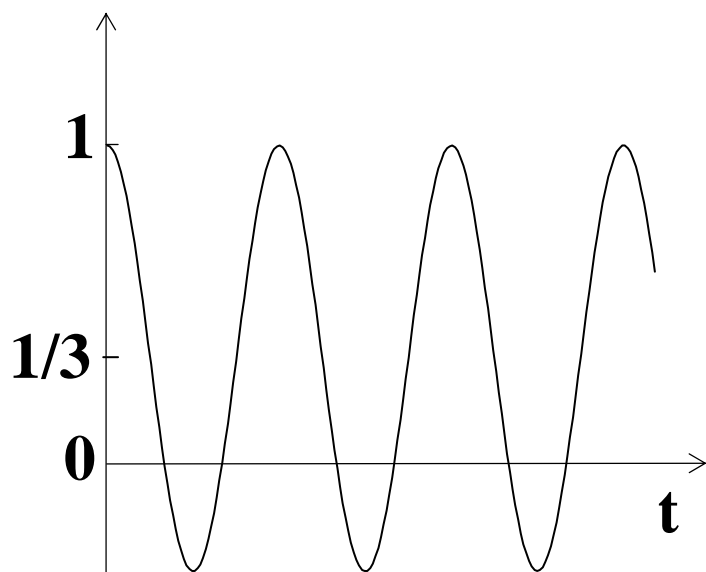


# 強磁性状態の $\mu$ SR

## ・多結晶試料の場合

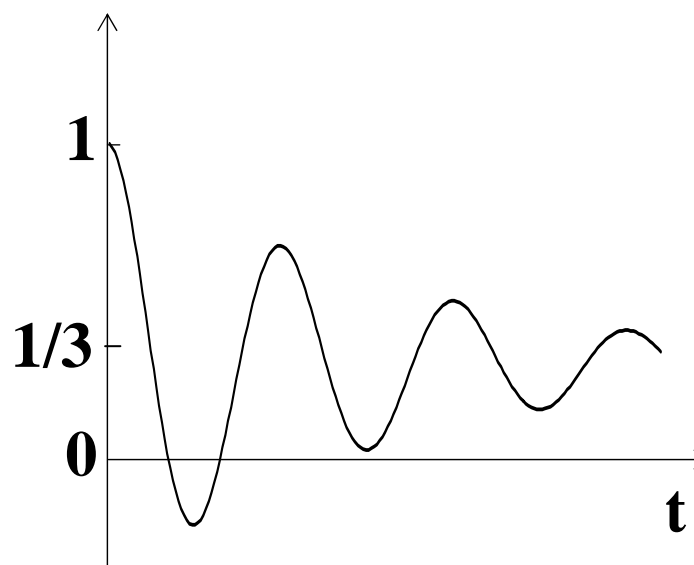


$G_Z(t)$

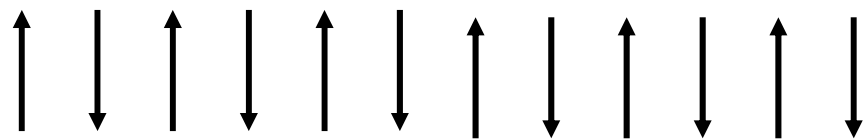


- ・ミュオンサイトが複数の場合
- ・試料の質が悪い場合

$G_Z(t)$

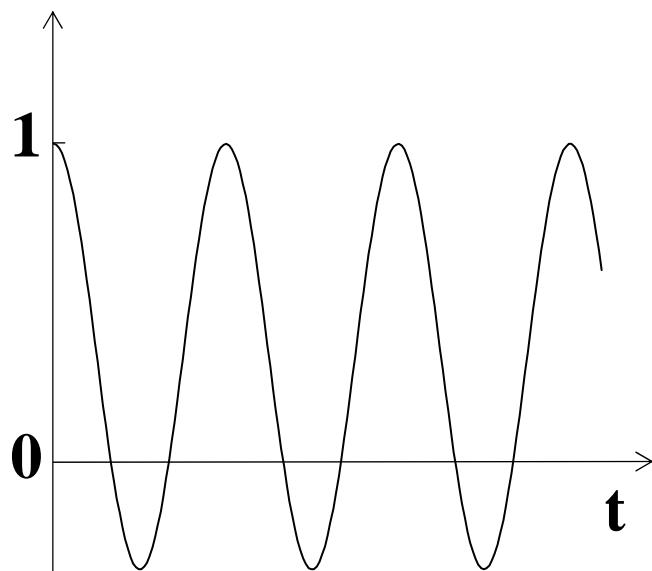


# 反強磁性状態の $\mu$ SR



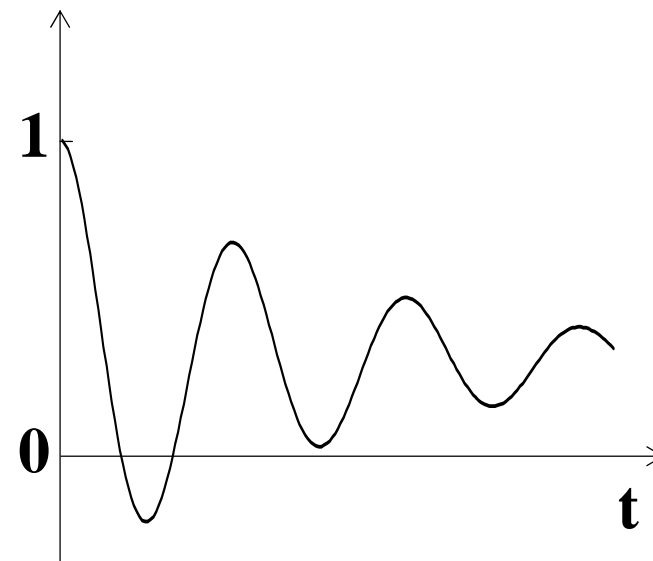
・ミュオンサイトがひとつの場合

$G_Z(t)$

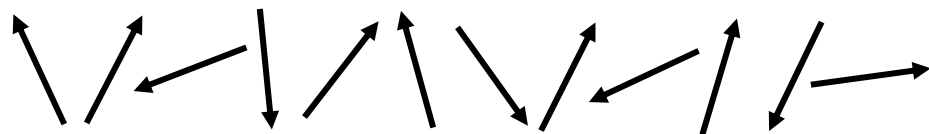


・ミュオンサイトが複数の場合

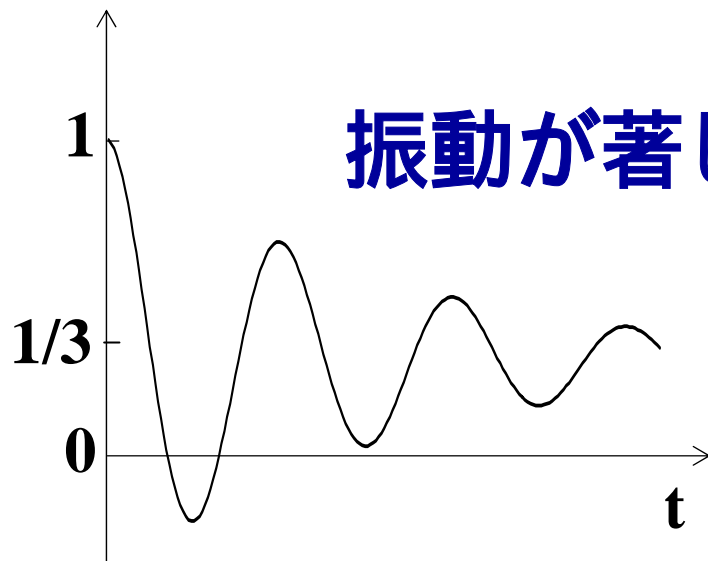
$G_Z(t)$



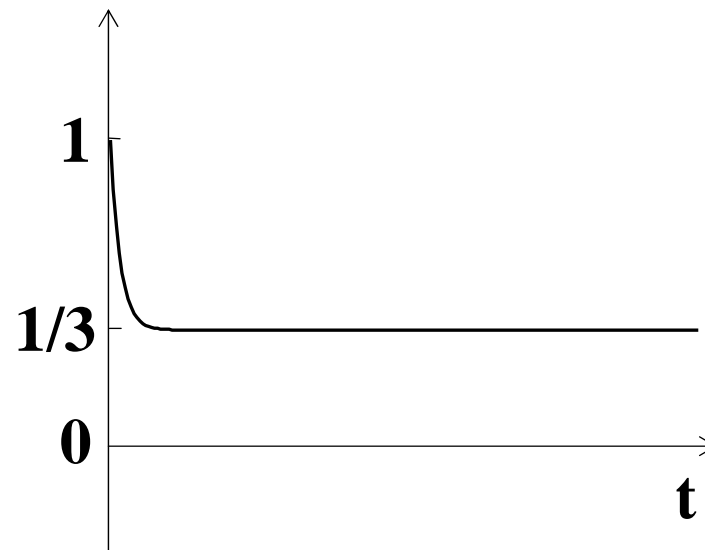
# スピングラス状態の $\mu$ SR

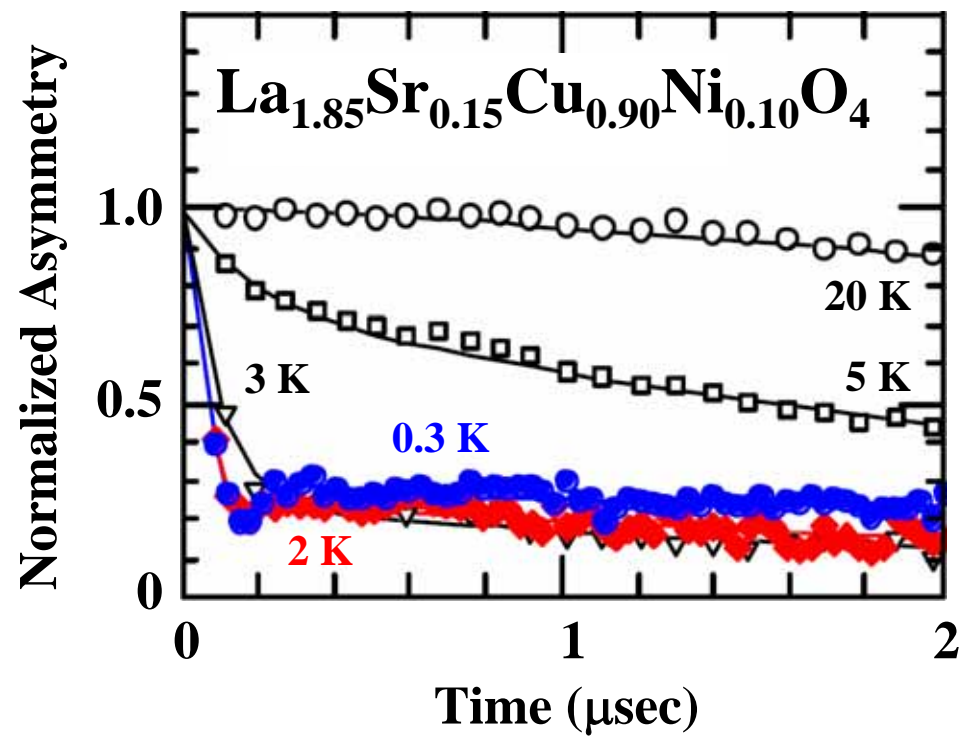
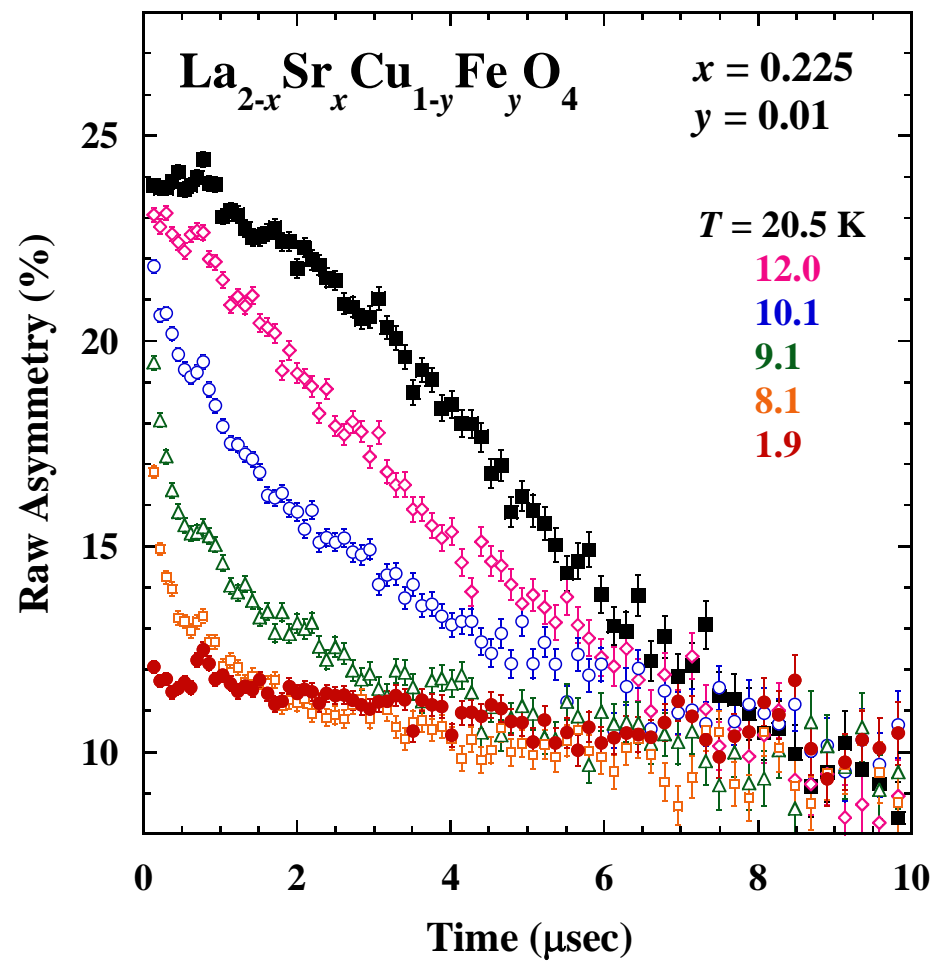


$G_Z(t)$



$G_Z(t)$

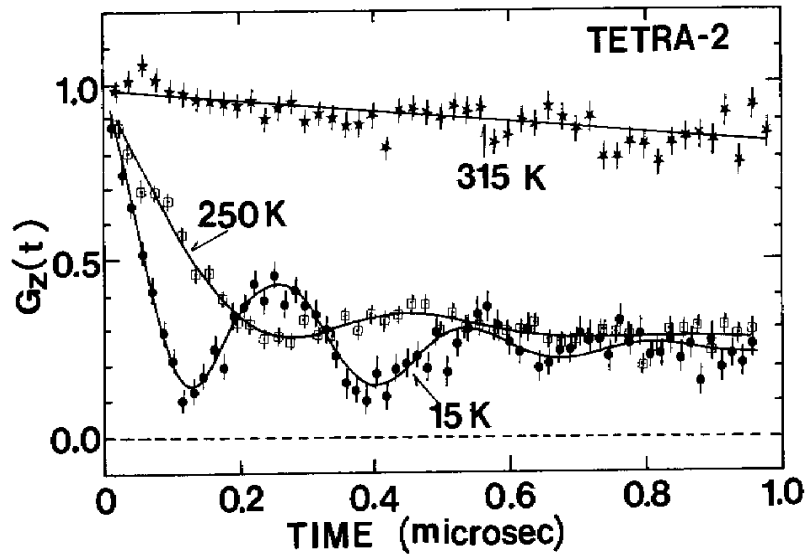




N. Nishida *et al.*,  
**Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987) L1856**

**First Observation of an Antiferromagnetic Phase  
in the  $Y_1Ba_2Cu_3O_x$  System**

Nobuhiko NISHIDA, Hideaki MIYATAKE, Daisuke SHIMADA,  
Satoshi OKUMA, Masayasu ISHIKAWA,<sup>a)</sup> Toshiro TAKABATAKE,<sup>a)</sup>  
Yasuhiro NAKAZAWA,<sup>a)</sup> Yoshitaka KUNO,<sup>b,c)</sup> Rolf KEITEL,<sup>b)</sup>  
Jess H. BREWER,<sup>c)</sup> Tanya M. RISEMAN,<sup>c)</sup> David LI. WILLIAMS,<sup>c)</sup>  
Yasushi WATANABE,<sup>d,e)</sup> Toshimitsu YAMAZAKI,<sup>d,e)</sup> Kusuo NISHIYAMA,<sup>e)</sup>  
Kanetada NAGAMINE,<sup>e)</sup> Eduardo J. ANSALDO<sup>f)</sup> and Eiko TORIKAI<sup>g)</sup>



Physica C 153-155 (1988) 761-762

MAGNETIC PROPERTIES AND MAGNETIC PHASE DIAGRAM OF (RE)  $Ba_2Cu_3O_x$  SYSTEM STUDIED BY POSITIVE MUON SPIN RELAXATION

N. NISHIDA<sup>a</sup>, H. MIYATAKE<sup>a</sup>, D. SHIMADA<sup>a</sup>, S. OKUMA<sup>a</sup>, T. YAMAZAKI<sup>b,c</sup>, Y. WATANABE<sup>b,c</sup>,  
Y. KUNO<sup>d</sup>, M. ISHIKAWA<sup>e</sup>, T. TAKABATAKE<sup>e</sup>, K. NAGAMINE<sup>b</sup>, K. NISHIYAMA<sup>b</sup>, J.H. BREWER<sup>f</sup>,  
and S.R. KREITZMANN<sup>d</sup>

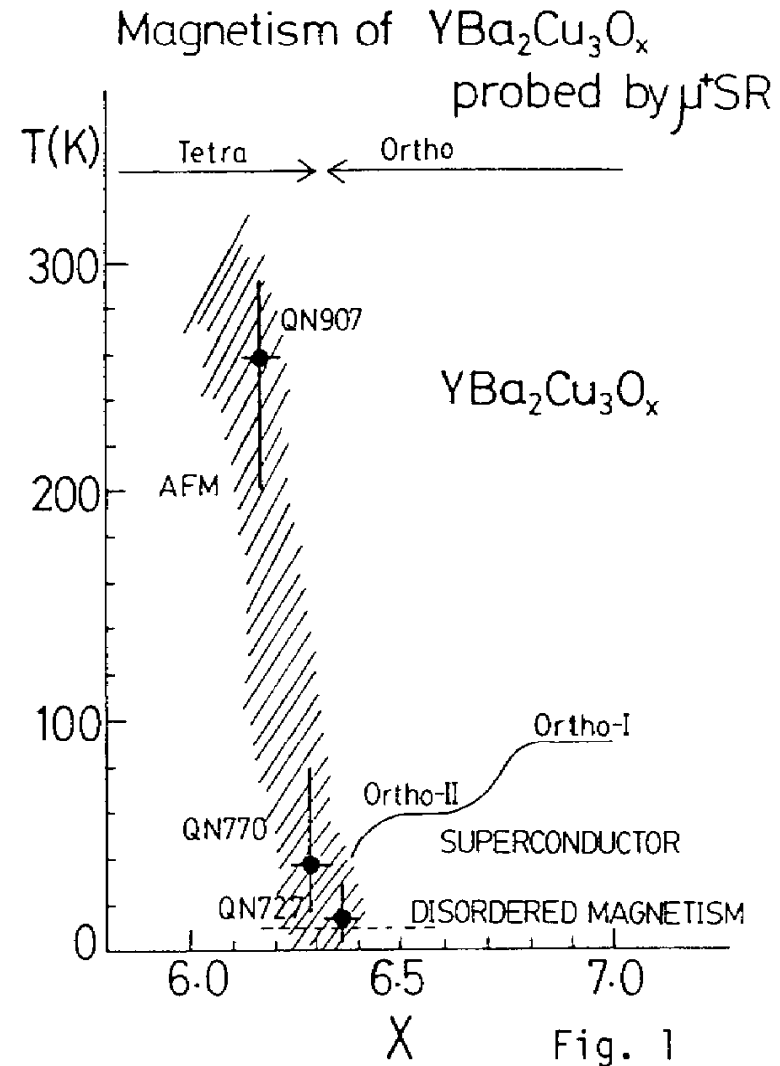
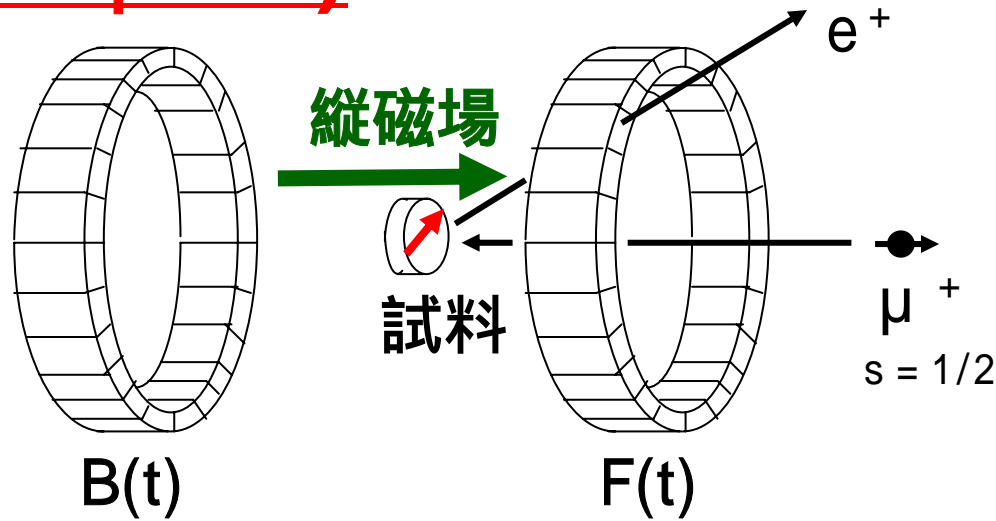


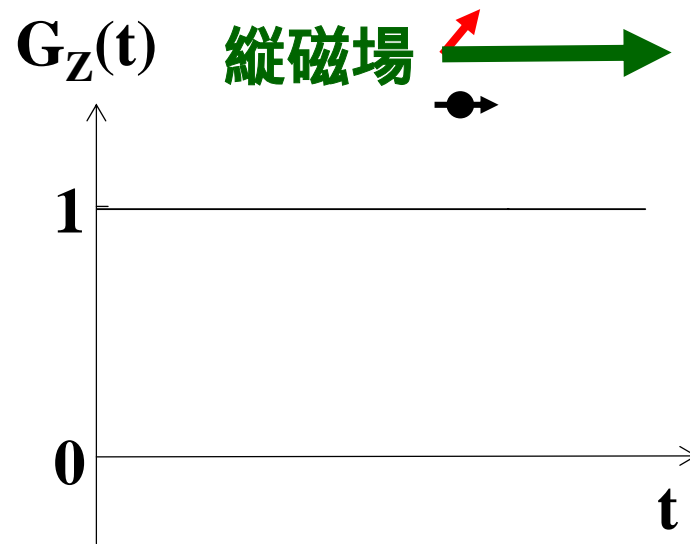
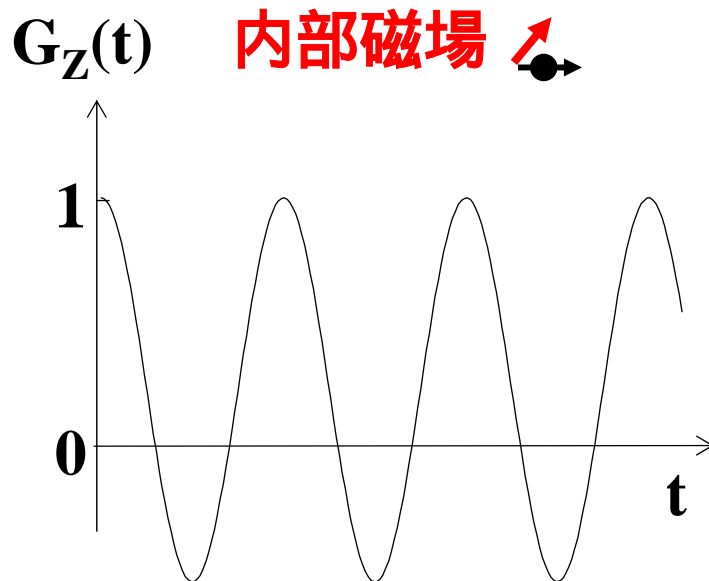
Fig. 1

# 縦磁場中 $\mu$ SR (LF- $\mu$ SR)

$$A(t) = \frac{F(t) - B(t)}{F(t) + B(t)} = A_0 G_Z(t)$$



縦磁場 ~ 10x内部磁場

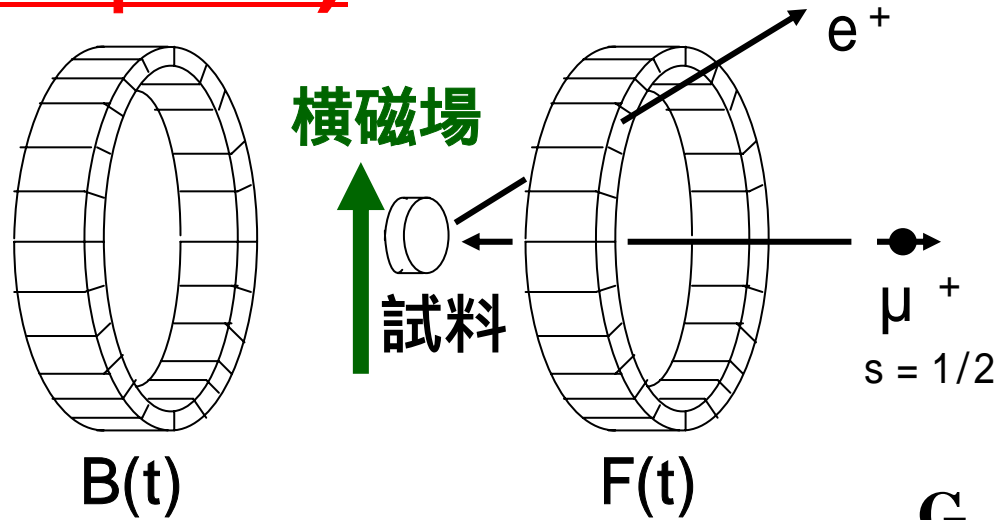




1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに

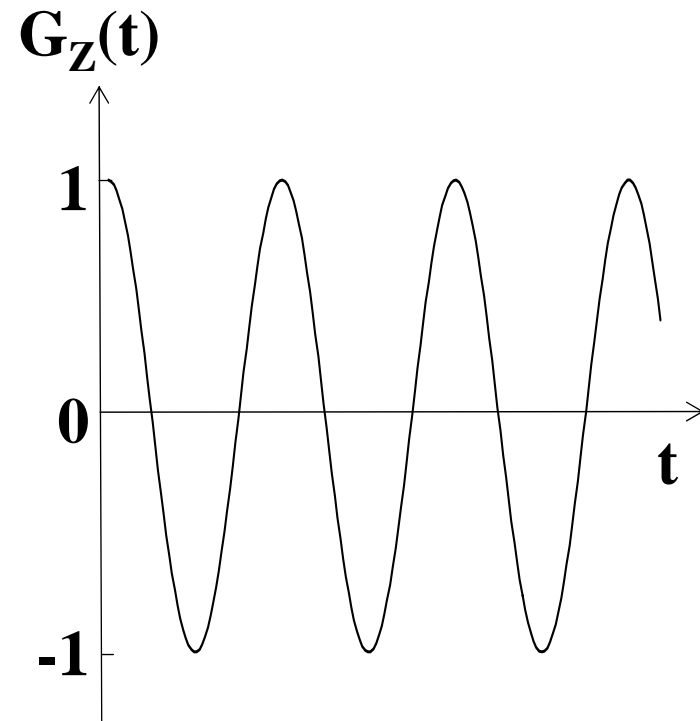
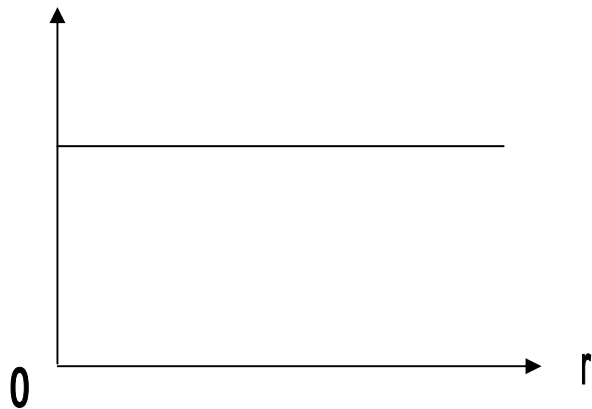
# 横磁場中 $\mu$ SR (TF- $\mu$ SR)

$$A(t) = \frac{F(t) - B(t)}{F(t) + B(t)} = A_0 G_Z(t)$$



横磁場 >> 内部磁場

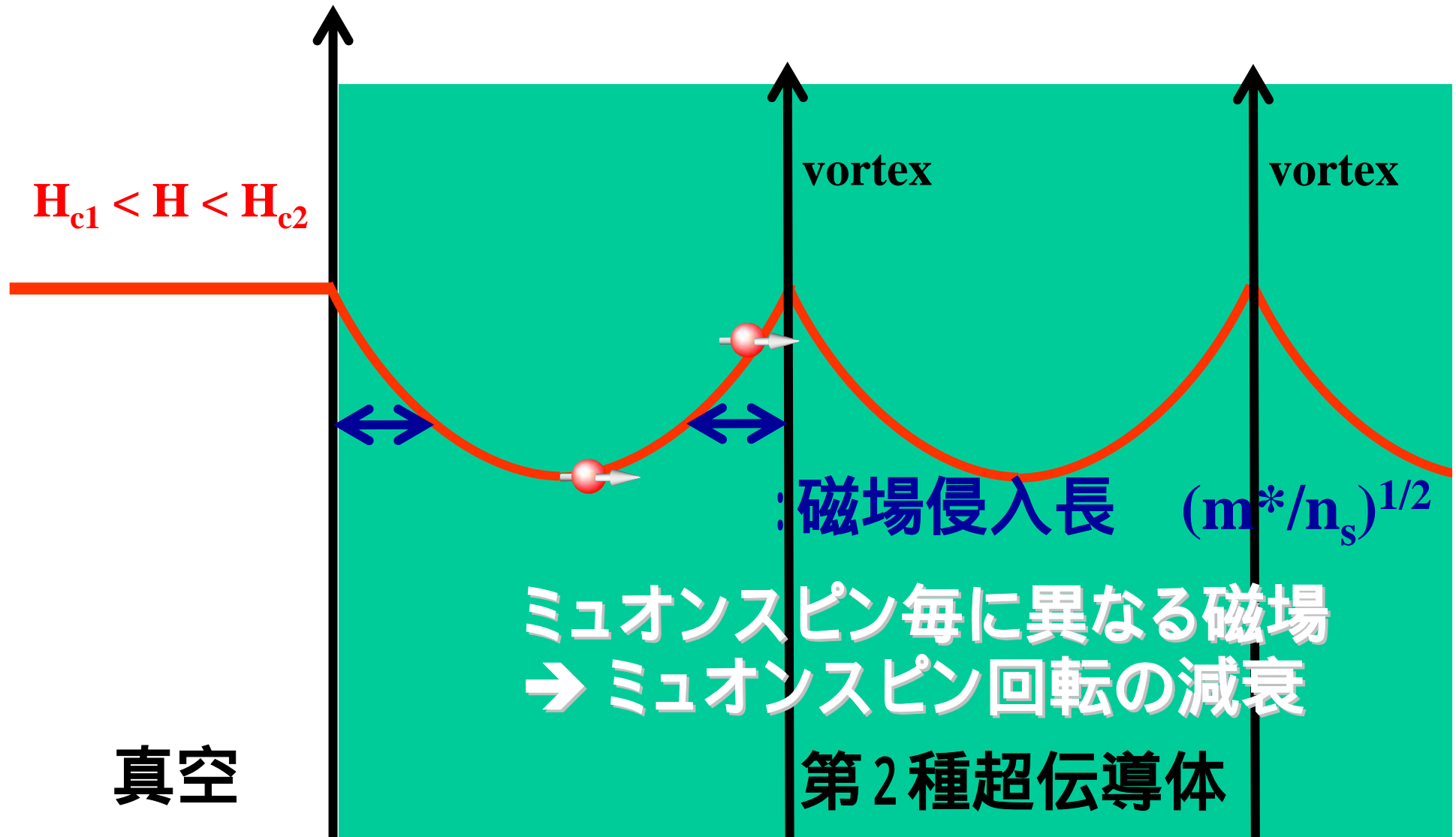
常伝導状態  $T > T_c$   
試料中の磁場: 均一



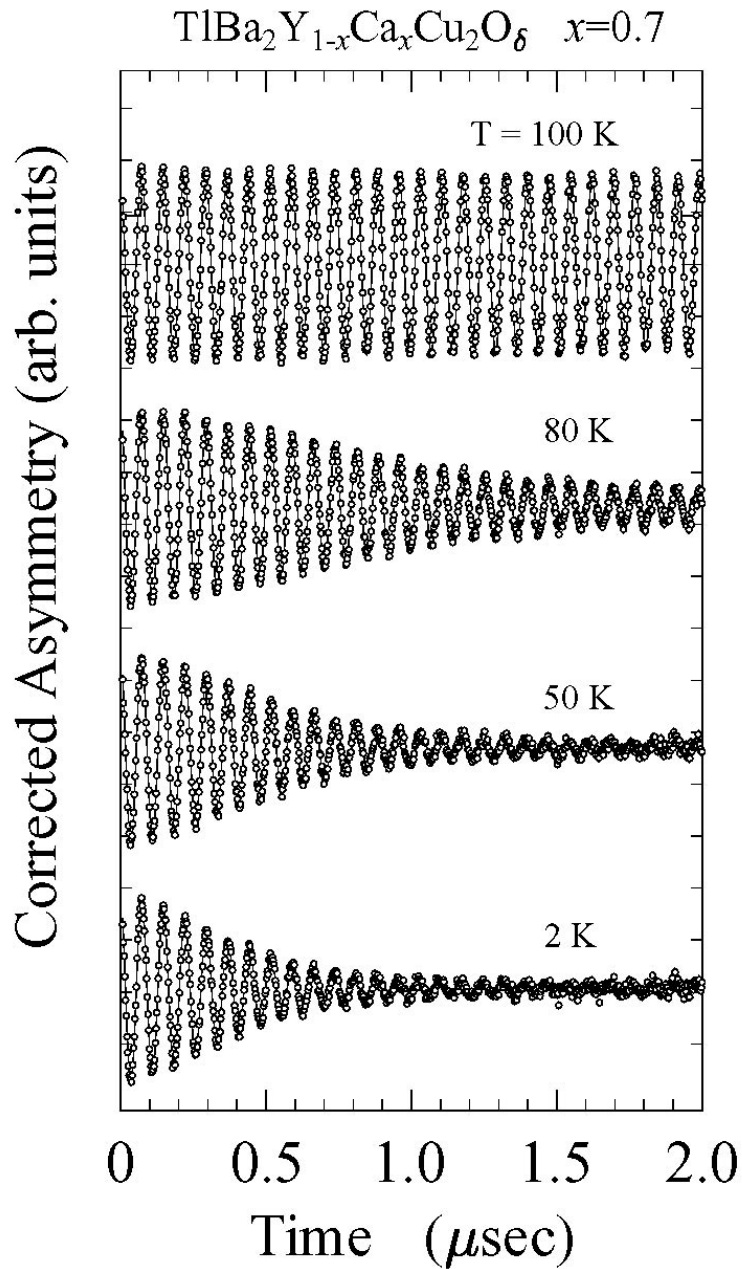
# 超伝導状態 (混合状態) における TF- $\mu$ SR

$$T < T_c \quad H_{c1} < H < H_{c2}$$

試料中の磁場: 不均一



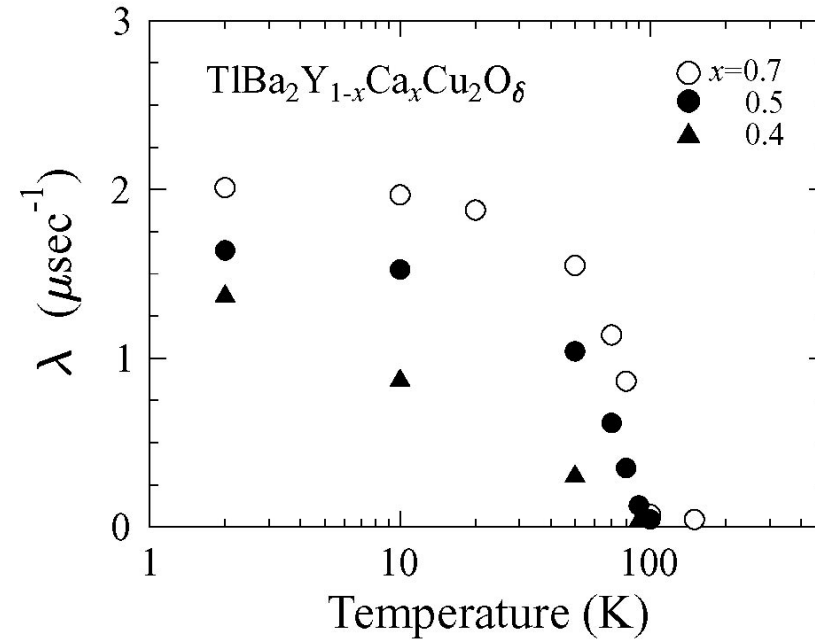
# 超伝導状態 (混合状態) におけるTF- $\mu$ SR



減衰率 (ミュオン spin 緩和率)

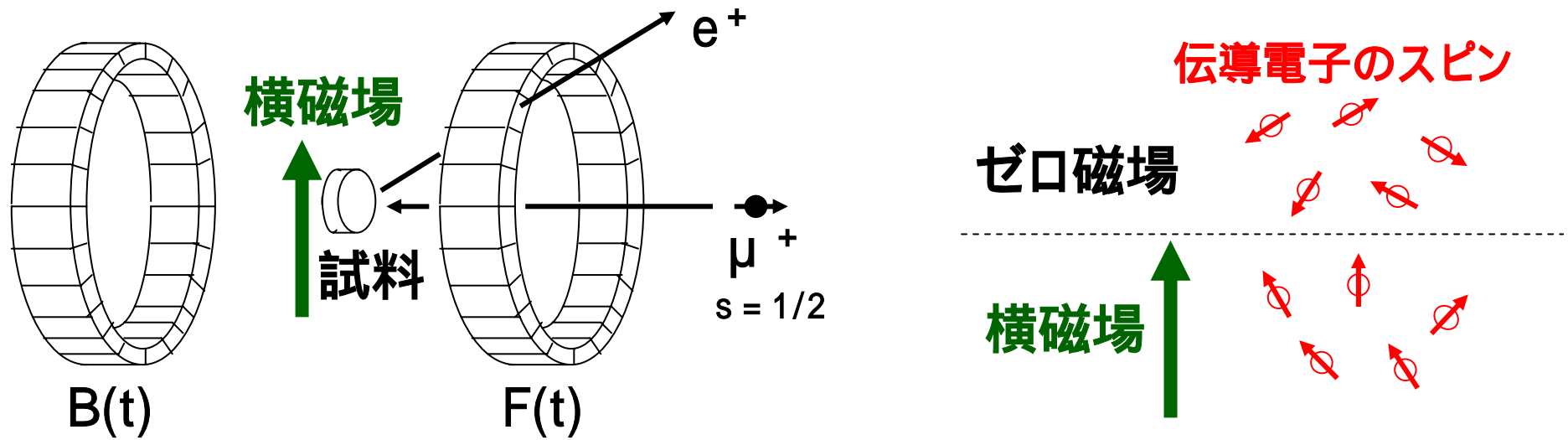
-2

$n_s/m^*$



1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに

# 金属における横磁場中 $\mu$ SR (TF- $\mu$ SR)



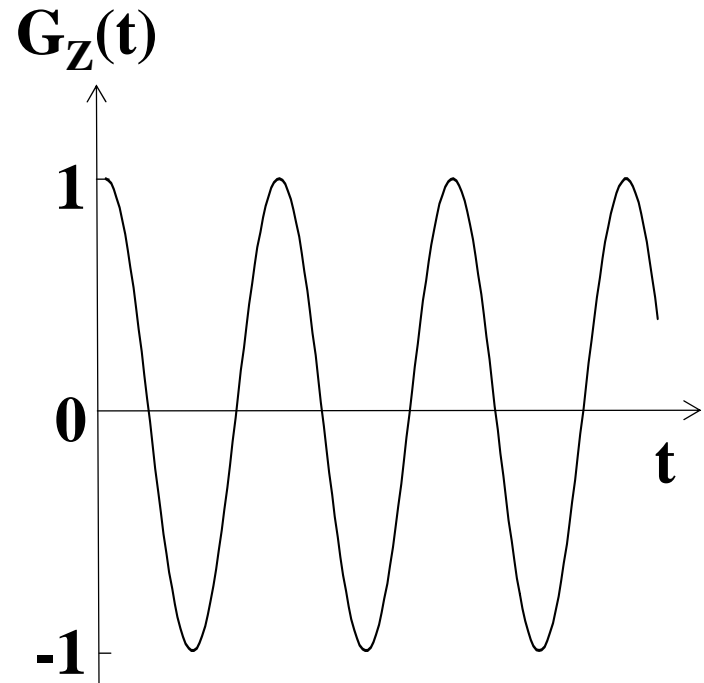
伝導電子のスピンの偏極が磁場方向に

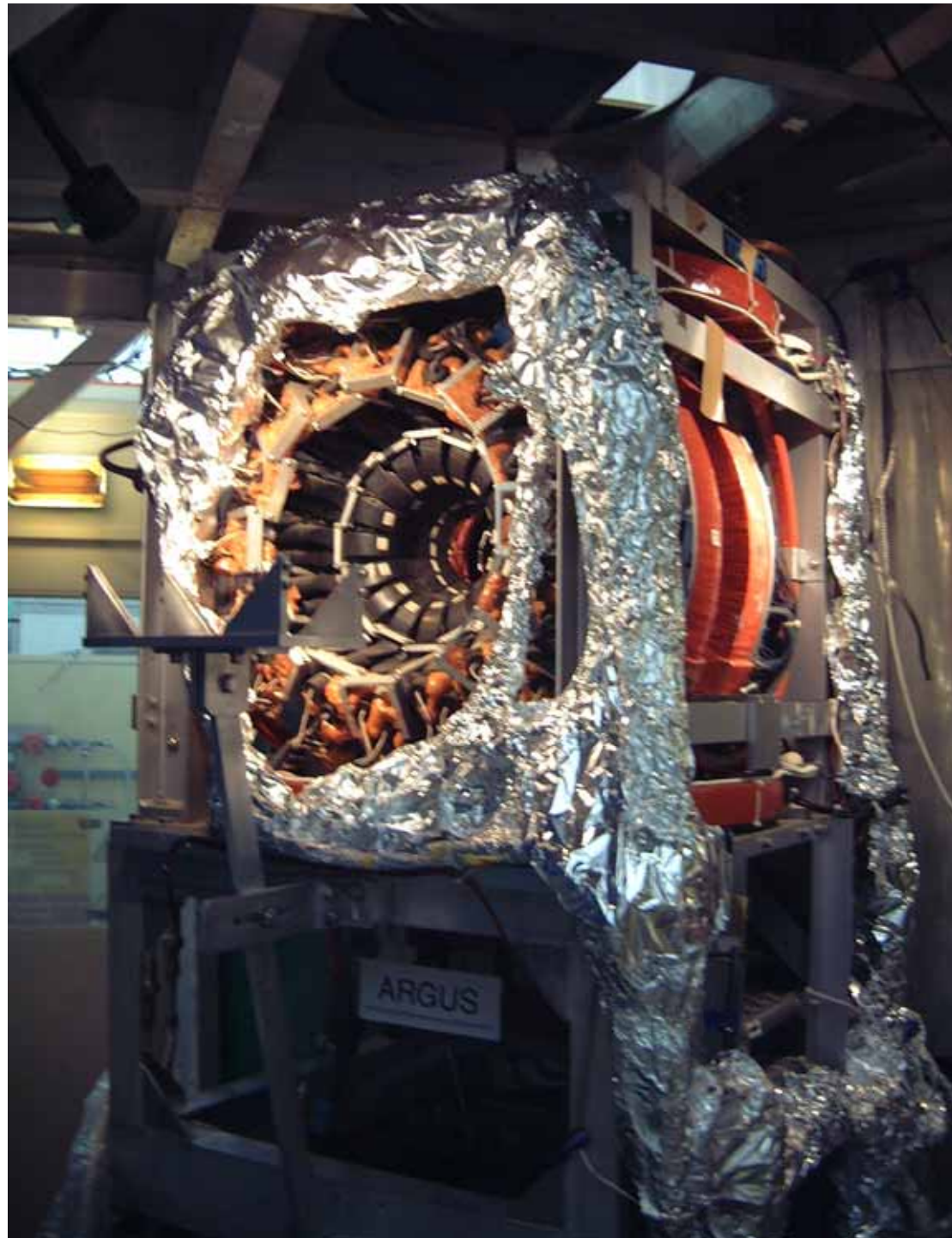
ラーモアの歳差運動

$$= \mu H \rightarrow \mu (H + \text{spin } H)$$

周期  $T = 2 / \rightarrow$  短くなる

spin  $\rightarrow$  フェルミ面の状態密度







1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに



	中性子散乱	$\mu$ SR	NMR
磁性	磁気構造の詳細 長距離秩序	磁気異常の検出 長距離秩序 短距離秩序	
時間窓	$< 10^{-9}$ sec 動的(弾性散乱)	$10^{-11} \sim 10^{-5}$ sec 静的	$> 10^{-5}$ sec より静的
試料	大型単結晶	単結晶・多結晶	信号検出

$\mu$ SR: スピン系、強相関電子系の磁性研究に不可欠  
中性子散乱、NMRと相補的

1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに

# 宇宙線ミュオンを用いた火山の内部構造の研究

## ラジオグラフィー

- ・ **X線**: 人体の写真 (レントゲン写真)
- ・ **宇宙線ミュオン**: 火山の内部構造  
溶鉱炉の内部  
大型建造物の内部
- ・ 透過率が極めて高い
- ・ 直線性がよい
- ・ 手のひらサイズに毎秒1個

宇宙線ミュオン: 物質中の電子や原子核と相互作用

→ エネルギーの損失 = (物質の密度) x (経路長)

火山を透過してきたミュオンの強度を測定

地形図からミュオンの経路長を読み取る

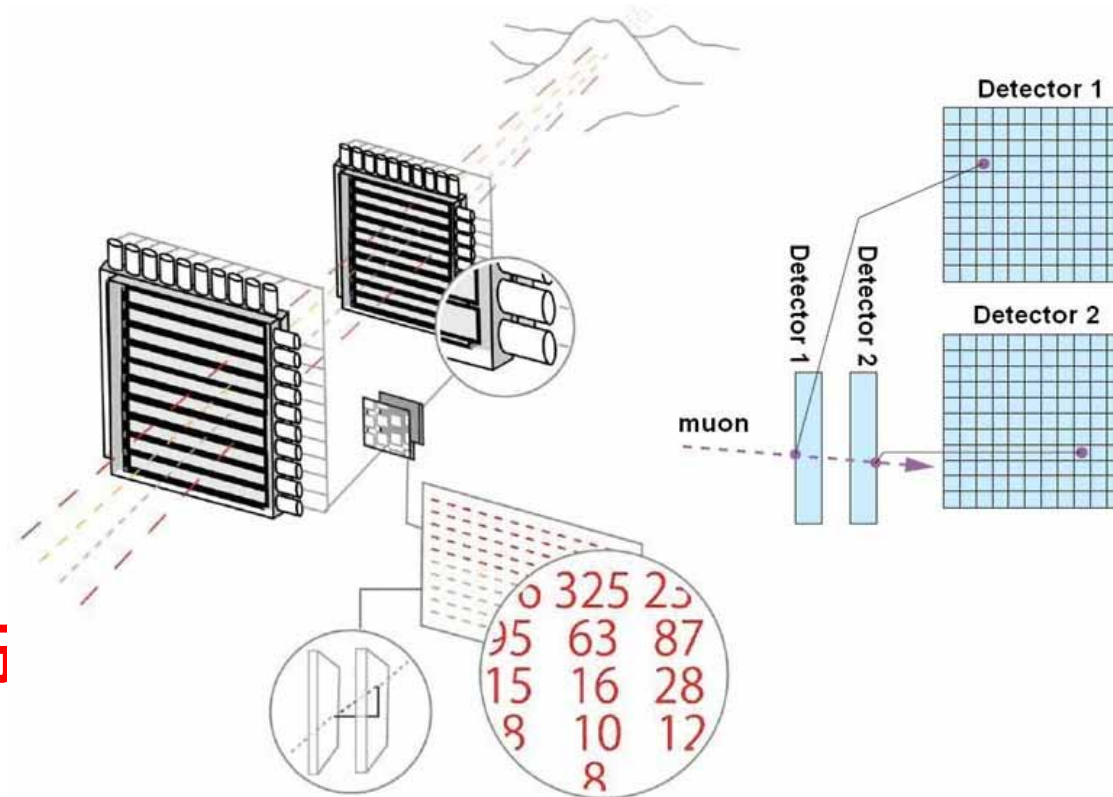
→ ミュオンが飛来してきた経路上の平均密度

ミュオンのカウンター

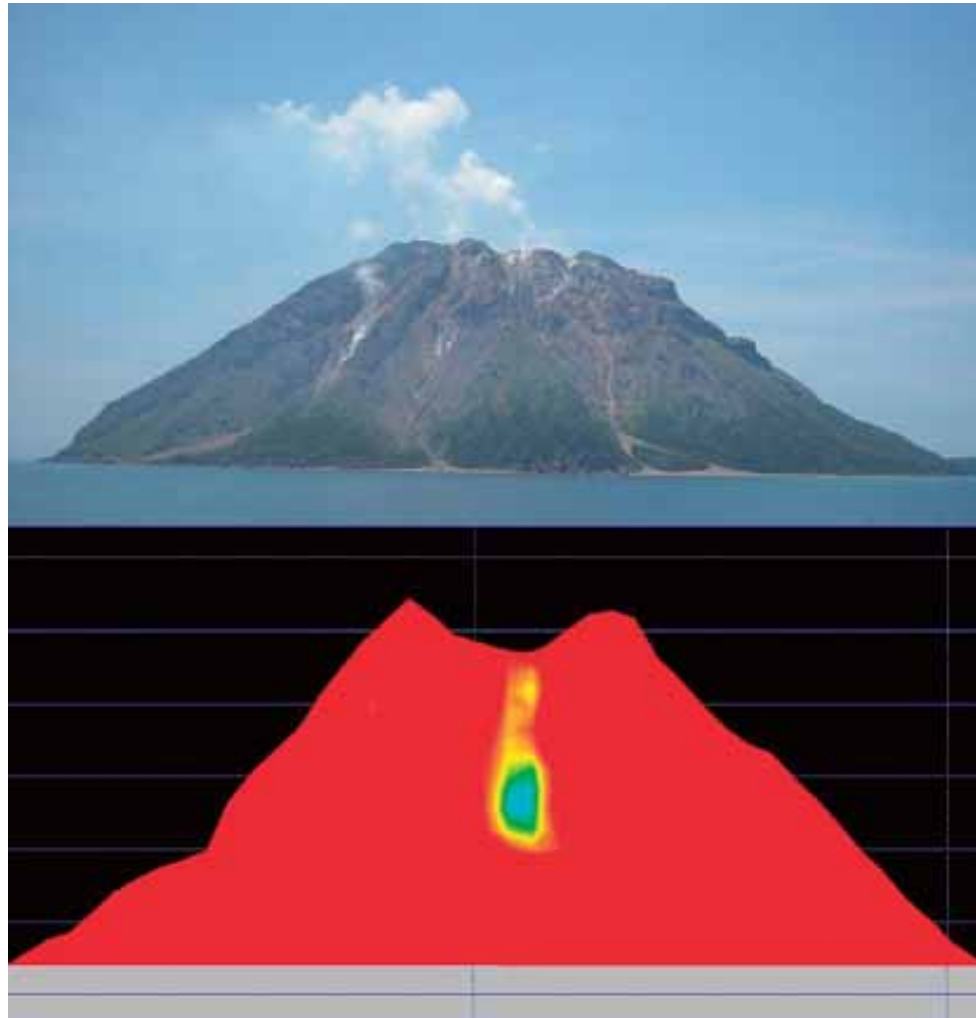
- ・ 強度
- ・ 飛来方向



火山内部の密度分布



# 薩摩硫黄島火山

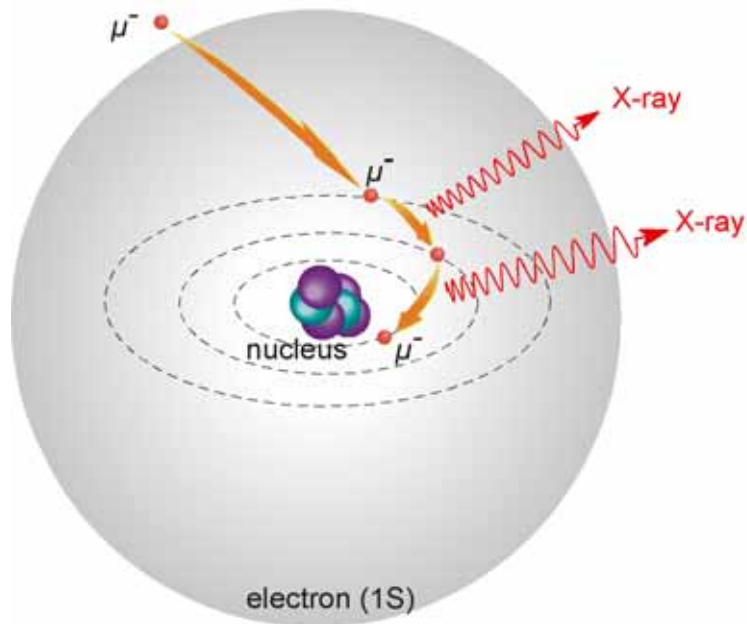
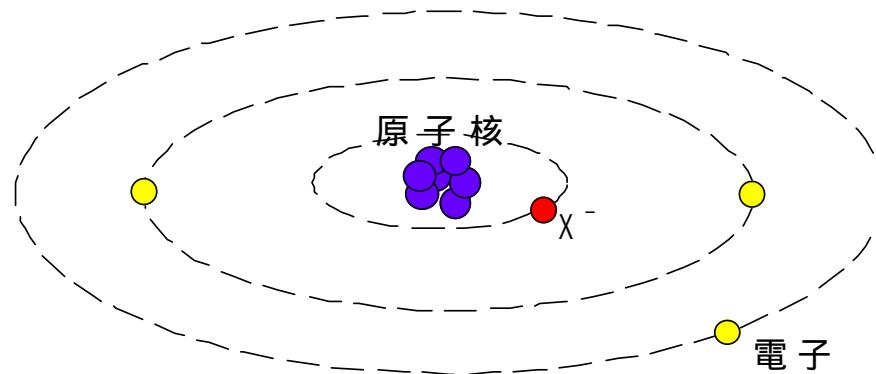


低密度の部分：火山ガスの泡を大量に含んだマグマ  
マグマが浅い場所で大量の火山ガスを放出

1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに

# 負ミューオンを用いた特性X線による元素分析

物質中の  $\mu^-$  重い電子(質量200倍)として振舞う  
→ 原子核に捕獲される



**Bohr model** 
$$E_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8n^2 \epsilon_0^2 h^2}$$

$$r_n = -\frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{Z m e^2}$$

$$\frac{m_\mu}{m_e} \approx 207 \approx \frac{E_\mu}{E_e} \approx \frac{r_e}{r_\mu}$$

## ミュオンX線による非破壊分析

**非破壊**

貴重な資料の価値を損なわない

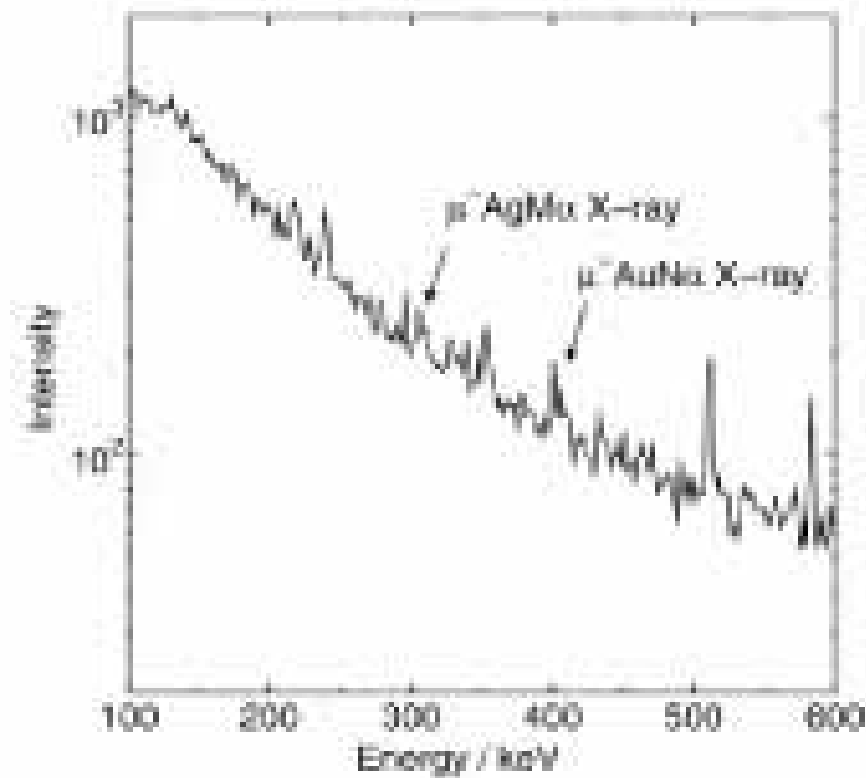
**多元素同時分析**

短時間に系統的、網羅的な測定

**物体内部選択的**

資料内部の特定の場所の組成が  
分析可能

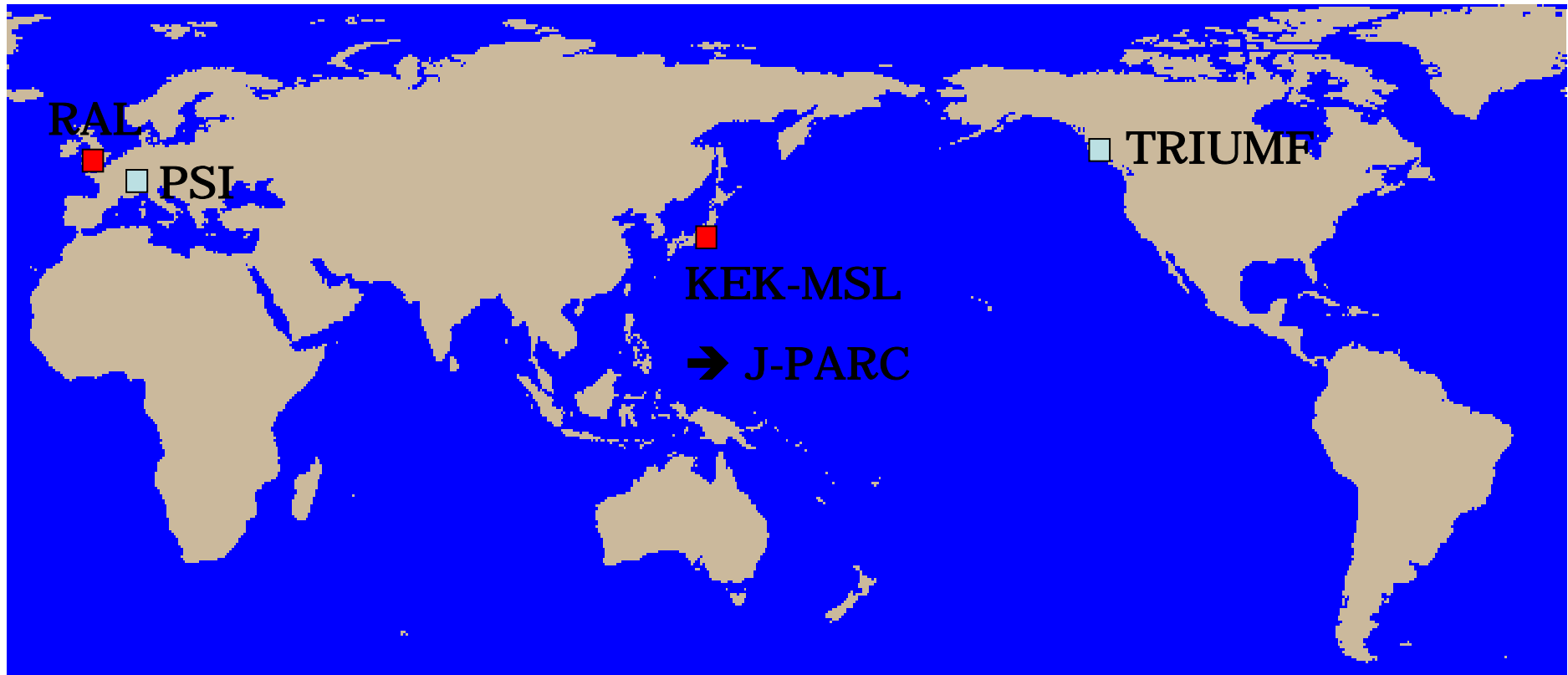




金・銀からのミュオンX線測定結果

天保小判 (国立歴史民俗博物館  
齋藤努准教授 提供) 2008.12.25

1. はじめに
2.  $\mu$  SR法の原理
3. 磁性体における  $\mu$  SR
4. 第2種超伝導体の混合状態における  $\mu$  SR
5. 金属における  $\mu$  SR
6. 磁性研究における他の手段との比較
7. ミュオンのその他の利用
  - (1) 宇宙線ミュオンを用いた  
火山の内部構造の研究
  - (2) 負ミュオンを用いた  
特性X線による元素分析
8. おわりに



- Pulse beam : long relaxation of muon spins
- DC beam : fast muon-spin precession and fast relaxation of muon spins

# Muon@J-PARC



The END