

平成25年8月5日

# 物理学 A 試験問題

試験時間 90分

- \* 試験開始の合図があるまで問題を開かないでください。
- \* 解答用紙は表裏ともに使用可能です。
- \* 問題用紙の最後の1枚は草案用紙として使用してください。
- \* 不正は絶対にしないでください。
- \* 再試験対象者、不合格者（再履修者）は今週中に掲示をします。
- \* 開始から30分と終了前10分間は退出できません。

## 問 1

- ① 図 1 の二次元極座標（平面座標）において、 $r$  および  $\theta$  方向の単位ベクトル  $e_r, e_\theta$  を、 $x$  および  $y$  方向の単位ベクトル  $e_x, e_y$  を用いて表せ。
- ② 二次元極座標において、速度および加速度を、①で求めた  $e_r, e_\theta$  を用いてそれぞれ表せ。
- ③ 図 2 のように、質量  $M$  の質点が原点にあり、座標  $(r, \theta)$  の位置に質量  $m$  の質点がある状況を考える。2つの質点間に働く万有引力の大きさ  $F$  はどのように表せるか示せ。ただし、重力定数は  $G$  とする。
- ④ ③の状況で、質量  $m$  の質点に関する  $r$  および  $\theta$  方向の運動方程式を示せ。
- ⑤ ③の状況で、質量  $m$  の質点に関して、万有引力によるポテンシャルエネルギー  $U$  は、どのように表せるか示せ。ただし、無限遠点のポテンシャルエネルギーをゼロとする。

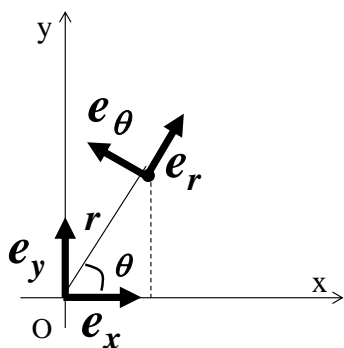


図 1

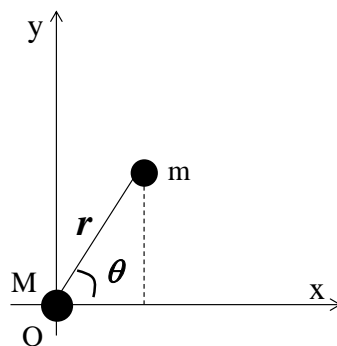


図 2

## 問 2

はじめ静止していた質量  $m_0$  の雨滴が、周囲の水蒸気を吸収しながら、その質量  $m$  を  $\frac{dm}{dt} = 2t$  ( $t$ : 時刻) の割合で増加しながら重力により落下する。時刻  $t$  における速度  $v(t)$  を求めよ。ただし、重力定数を  $g$  とし、空気抵抗は考えない。

### 問 3

速度に比例する空気抵抗を受けて振動する、バネの重り  $P$  の位置  $x$  が次の微分方程式を満たすとき、位置  $x$  を時刻  $t$  の関数として求めよ。ただし、 $t = 0$  のとき、位置  $x = 1$ 、速度  $v = 2$  とする。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 4x = 0$$

### 問 4

保存力  $\mathbf{F} = (F_x, F_y) = (x+y^2, 2xy)$  によって、質点が図 3 のように、(i)  $O \rightarrow A \rightarrow P$ 、および、(ii)  $O \rightarrow P$  の経路に沿って  $O$  から  $P$  まで運ばれた。(i), (ii) のそれぞれの経路について仕事を計算し、仕事が経路によらず同じであることを示せ。(計算過程を省略しない事)

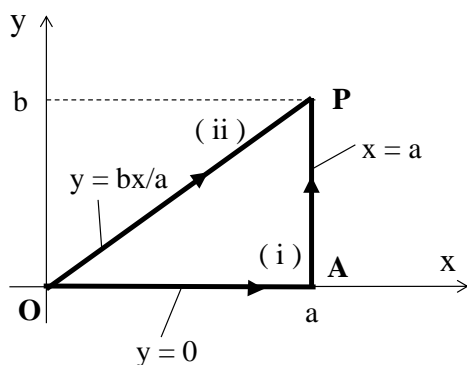


図 3

### 問 5

図 4 のように  $x-y$  平面で、原点を中心に質量  $m$  の質点が半径  $r$  の円運動をしている。時刻  $t = 0$  のとき、質点は  $(x, y) = (r, 0)$  の位置にあり、反時計回りに角速度  $\omega$  で回転する。質点が回転しているときの角運動量  $\mathbf{L} = (L_x, L_y, L_z)$  を求めなさい。

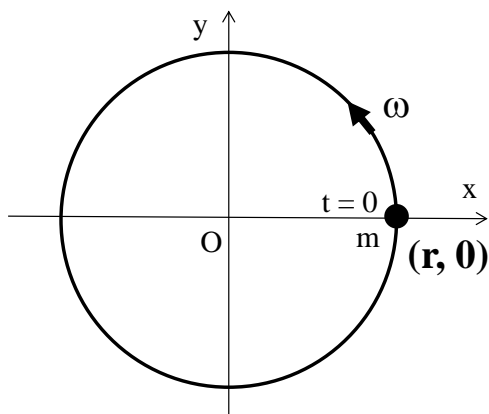


図 4

### 問6

図5のように、静止した  $x-y$  座標系 I に対して、角速度  $\omega$  で回転する座標系 II を考える。以下の問いに答えよ。

- ① 座標系 I における座標  $(x, y)$  を、座標系 II の座標  $(x', y')$  を用いて示せ。
- ② 座標系 I における速度  $(v_x, v_y)$  を、 $x', y', v_x' = dx'/dt, v_y' = dy'/dt$  を用いて示せ。
- ③ 座標系 I における加速度  $(a_x, a_y)$  を、 $x', y', v_x', v_y', a_x' = dv_x'/dt, a_y' = dv_y'/dt$  を用いて示せ。
- ④ ③の結果から、座標系 II における加速度  $(a_x', a_y')$  を、 $x', y', v_x', v_y', a_x, a_y$  を用いて表せ。
- ⑤ 回転座標系 II の慣性力である、コリオリ力  $F_{\text{コリオリ}}$  および遠心力  $F_{\text{遠心}}$  はどのように表されるか示せ。

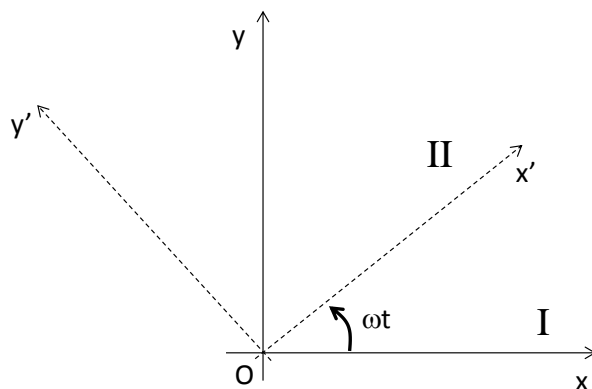


図5

草案用紙として使用して良い。