平成２４年８月２７日(月)

平成２５年度工学研究科応用物理学専攻
大学院博士課程前期２年の課程一般選抜
「基礎科目」
問題冊子

試験時間　　１０：００　～　１１：３０

注意事項

１．受験科目は以下のとおりである。

１）本学ナノサイエンス（応用物理）コース出身者以外の者

量子力学、力学、物理数学の計３問のうちから２問選択すること。

２）本学ナノサイエンス（応用物理）コース　卒業（見込み）の者

量子力学、力学を選択すること。

２．問題１問につき答案紙１枚を使用すること。各答案紙の上に選択した問題番号と受験番号を記入すること。

なお、表面に書ききれない場合、「裏面に続く」と明記してから、裏面に記入すること。

３．本問題冊子は表紙を含めて全４枚である。

４．答案紙、問題冊子、草案紙は持ち帰らないこと。

５．答案紙提出後、試験監督の指示があるまで、退室しないこと。

問題冊子は、”始め”の合図があるまで、絶対に開かないこと。

[問題 1] 量子力学

次のポテンシャル $V_0(z)$によって束縛された電荷 q，質量 m の粒子を考える．以下の設問に答えよ．ただし，プランク定数を$\hbar$とする．

$$V_0(z)=\begin{cases} 0 & |z|\le L/2 \\ \infty & |z|>L/2 \end{cases}$$

（1）系を記述する，時間に依存しないシュレディンガー方程式を書け．

（2）固有エネルギー $E_n^{(0)}$ と波動関数$\varphi_n^{(0)}(z)$がそれぞれ下式①と②になることを導け．

$$E_n^{(0)}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2,\qquad n=1,2,3\cdots \quad ①$$

$$\varphi_n^{(0)}(z)=\begin{cases} \sqrt{\dfrac{2}{L}}\cos\left(\dfrac{n\pi}{L}z\right), & n=1,3,5\cdots \\ \sqrt{\dfrac{2}{L}}\sin\left(\dfrac{n\pi}{L}z\right), & n=2,4,6\cdots \end{cases} \quad ②$$

（3）この粒子に対し，z 方向に静電場 E が印加された場合を考える．摂動ハミルトニアンを $V=qEz$ とし，n 番目の準位の固有エネルギーを一次摂動の範囲で求めよ．

（4）$n = 1$ の準位の固有エネルギーを二次摂動の範囲で求め，下式③になることを示せ．ただし，$n > 2$ の準位からの寄与は無視してよいとし，必要であれば下記の公式を用いてよい．

$$E_1=\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}-\frac{2^9mq^2E^2L^4}{3^5\pi^6\hbar^2} \quad ③$$

公式： $$\int_0^{\pi/2}\cos^{2n+1}x\,dx=\frac{(2n)!!}{(2n+1)!!},\qquad n!!=\begin{cases} n(n-2)\cdots3\cdot1 & (n:\text{奇数}) \\ n(n-2)\cdots4\cdot2 & (n:\text{偶数}) \end{cases}$$

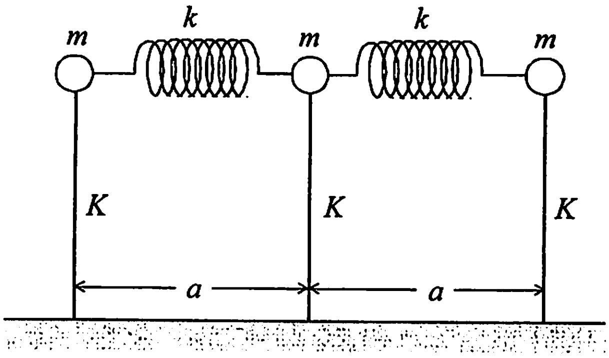
（5）$n = 1$ の準位の波動関数は，静電場を印加することでどのように変化するかを定性的に議論せよ．ただし，摂動計算によって波動関数を求める必要はない．

[問題 2] 力学

図のように，先端に質量 m の質点を付けた３本の同じ特性の弾性棒が水平面上に等間隔 a で一列に固定され，質点どうしは２つの同じ特性のバネ（バネ定数 k，自然長 a）でつながれている．以下の設問に答えよ．ただし，弾性棒は鉛直方向を向いており，その先端は左右にのみ変位し，変位に比例した復元力（比例係数 K）が働くとせよ．また，弾性棒とバネの質量は無視できるものとせよ．

（1） この系の固有振動数を求めよ．

（2） 平衡位置で静止した状態から，時刻 $t=0$ で中央の質点に初速度 V を与えた．このとき，各々の質点の変位の時間変化を表わす式を求めよ．



［問題 3］ 物理数学

以下の設問（1）および設問（2）に答えよ．

（1） 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + y\sin x = y^2\sin x \qquad ①$$

について以下の設問に答えよ．

a） $u = y^{-1}$として①式を u と x で書き表せ．

b） 設問 a) で得られた式の右辺を零とおいた同次方程式の解を求めよ．

c） 設問 b) の解に用いた積分定数を変数とみなして①式の一般解を求めよ．

（2） 曲面 $x^2y^2 + yz + 2z^2x = 4$ 上の点 $(x, y, z) = (-1, 2, 1)$ における単位法線ベクトルと接平面を求めよ．

平成２４年８月２７日(月)

平成２５年度工学研究科応用物理学専攻
大学院博士課程前期２年の課程一般選抜
「専門科目」
問題冊子

試験時間

本学ナノサイエンスコース出身者以外の者
１３：００ ～ １４：３０

本学ナノサイエンスコース卒業（見込）の者
１３：００ ～ １５：１５

注意事項

１．受験科目は以下のとおりである。

１）本学ナノサイエンス（応用物理）コース出身者以外の者

電磁気学、統計力学、物性物理、物理実験・計測、電子回路

の計５問のうちから2問選択すること。

２）本学ナノサイエンス（応用物理）コース　卒業（見込み）の者

電磁気学、統計力学、物性物理、物理実験・計測、電子回路

の計５問のうちから物性物理、物理実験・計測を含む３問を

選択すること。

２．問題１問につき答案紙１枚を使用すること。各答案紙の上に選択

した問題番号と受験番号を記入すること。

なお、表面に書ききれない場合、「裏面に続く」と明記してから、

裏面に記入すること。

３．本問題冊子は表紙を含めて全８枚である。

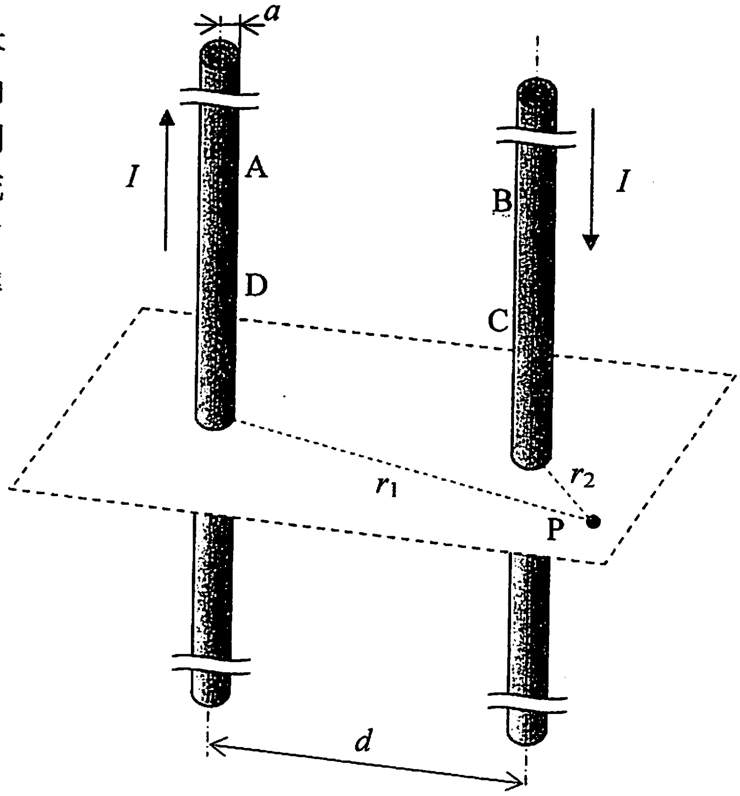
４．答案紙、問題冊子、草案紙は持ち帰らないこと。

５．答案紙提出後、試験監督の指示があるまで、退室しないこと。

問題冊子は、"始め"の合図があるまで、絶対に開かないこと。

[問題 4] 電磁気学

真空中に，半径 a の円形断面を持つ無限に長い２本の導線が，中心間距離 d ($d >> a$) を隔てて平行に固定されている．以下の設問に答えよ．



（1） 図に示すように，２本の導線に電流 I を反対向きに流した．以下の設問に答えよ．ただし，電流は導線内を一様に流れているとし，真空の透磁率はμ_0とせよ．

a) ２本の導線の中心軸から，それぞれ r_1 および r_2 の距離にある P 点における磁場の大きさを求めよ．

b) ２本の導線間の単位長さあたりの領域（図中の領域 ABCD，AD = BC = 1 m）を貫く磁束を求めよ．

（2） ２本の導線のうち，一方のみに電流 I を流した．電流を流した導線内に生じる単位長さあたりの磁場のエネルギーW を求めよ．ただし，W は位置 $\mathbf{r}$ における磁場 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$と磁束密度 $\mathbf{B}(\mathbf{r})$を用いて，$W = \dfrac{1}{2}\int \mathbf{H}(\mathbf{r})\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r})d\mathbf{r}$ と表わされる．導線の透磁率はμとせよ．

（3） ２本の導線間に電位差 V を与えた．以下の設問に答えよ．ただし，真空の誘電率はε_0とせよ．

a) ２本の導線間の単位長さあたりの静電容量を求めよ．

b) 単位長さあたりの導線に働く力の大きさと向きを求めよ．

[問題 5] 統計力学

N 個の同種ボース粒子が面積 A の２次元平面内に拘束された理想ボース気体を考える．この粒子の質量は m であり，スピンをもたない．一粒子のエネルギー固有値 ε のとり得る値は $0 \leq \varepsilon < \infty$ であり，エネルギー状態密度は ε によらない定数 $D \equiv \dfrac{mA}{2\pi\hbar^2}$ である（エネルギーが ε と $\varepsilon + d\varepsilon$ の間の値をもつエネルギー固有状態の数は $D\,d\varepsilon$ である）．ここで，$\hbar$ はプランク定数である．この系が温度 T の熱平衡状態にあるものとして，以下の設問に答えよ．ただし，ボルツマン定数を k_B，逆温度を $\beta = 1/k_\mathrm{B}T$，粒子の化学ポテンシャルを μ とする．また，必要があれば次の公式を用いてよい．

$$\int_0^\infty \frac{dx}{ae^x - 1} = -\ln\left(1 - \frac{1}{a}\right) \quad (a > 1), \qquad \int_0^\infty \frac{x\,dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}.$$

（1） この粒子の化学ポテンシャルは負であることを説明せよ．

（2） この系の粒子数 N および内部エネルギー U を，被積分関数にボース分布関数を含む定積分として表せ．

（3） この粒子の化学ポテンシャルが次式で与えられることを示せ．

$$\mu = k_\mathrm{B}T \ln\left[1 - \exp\left(-\frac{2\pi\hbar^2 N}{mAk_\mathrm{B}T}\right)\right].$$

（4） 温度の高い極限では，$e^{-\beta\mu} \gg 1$ となることを示し，このときの系の内部エネルギー U が $U = Nk_\mathrm{B}T$ で与えられることを示せ．

（5） 温度の低い極限では，この系の内部エネルギー U が T^2 に比例することを示し，その比例係数を求めよ．

[問題 6] 物性物理

固体中のイオンに束縛されて運動する電子雲の電磁波に対する応答を考える．以下の設問に答えよ．ただし，必要であれば真空の誘電率をε_0とせよ．

（1） 固体中に正電荷 $+Q$ を持ったイオンがあり，その周りに電子雲（全質量 M, 全電荷 $-Q$）が一様な密度で分布しているとする．電磁波の照射により角振動数 ω の電場 $\mathbf{E}=\mathbf{E}_0\exp(-i\omega t)$が誘起されるとき，電子雲の運動方程式を導け．ただし，電子雲の重心の平衡点からの変位を $\mathbf{u}$，復元力を$-M\omega_0{}^2\mathbf{u}$（ω_0:定数），摩擦力を $-M\gamma\dfrac{d\mathbf{u}}{dt}$（$\gamma$:定数）とせよ．

（2） 電子雲の変位を $\mathbf{u}=\mathbf{u}_0\exp(-i\omega t)$（$\mathbf{u}_0$:定数）とおき，設問（1）で導いた運動方程式の解を求めよ．

（3） 単位体積あたりのイオン数を N とするとき，分極 $\mathbf{P}$ は $\mathbf{P}=-NQ\mathbf{u}$ で与えられる．設問（2）で求めた解を用い，このときの複素誘電率$\varepsilon=\varepsilon'+i\,\varepsilon''$の実部$\varepsilon'$と虚部 ε''をそれぞれ求めよ．

（4） 設問（3）で求めたε''のωが ω_0近傍の値をとるときの近似式を求めよ．ただし，$\gamma \ll \omega_0$とする．

（5） 設問（3）で求めたε''のω依存性の概形を描け．ただし，$\gamma \ll \omega_0$とする．

（6） $\omega=\omega_0$のときの物理的描像を簡潔に考察せよ．

（7） $\omega\to\infty$のときの物理的描像を簡潔に考察せよ．

[問題 7] 物理実験・計測

設問（1）は必ず答えよ．さらに，設問（2），（3）のうちいずれか1問を選び答えよ．

（1） 体積 V の真空容器を一定の排気速度 S で排気する真空システムを考える．以下の設問に答えよ．

a) 真空容器内に単位時間あたり一定量 Q のガスが流入する場合，容器内の圧力 P の時間変化は次式で与えられる．この式の意味を簡潔に説明せよ．

$$V\frac{dP}{dt} = Q - PS$$

b) 排気開始後間もない段階の圧力 P の変化を考える．この段階では圧力が高いため，$PS >> Q$ と近似できる．圧力 P_1 から P_2 まで排気するのに要する時間 t を表わす式を導け．

c） 設問 b) で導いた式を用いて，$V = 0.5\ \mathrm{m}^3$ の真空容器を $S = 0.01\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ の油回転ポンプで，大気圧（$P = 1\times10^5$ Pa）から 10 Pa まで排気するのに要する時間を求めよ．ただし，$\log_e 10 \fallingdotseq 2.3$ と近似せよ．

d) 長時間排気し続けると，真空容器内の圧力 P の時間変化は極めて小さくなる．この状態における到達圧力を設問 a)で与えた関係式を用いて求めよ．

e) 到達圧力を下げるには，流入ガス量 Q の低減が必須である．Q を有限にする代表的要因を二つ挙げ，それらを低減する対策について簡潔に述べよ．

****** 次頁に続く ******

（2） 焼結法により作製した強誘電体の円板試料（円の面積 S, 厚さ d）の複素比誘電率 $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ をLCRメータを用いて決定したい．以下の設問に答えよ．ただし，真空の誘電率をε_0，試料に印加される電圧の角周波数をωとせよ．

a) LCRメータの測定原理を簡潔に説明せよ．

b) 試料のアドミタンス Y を複素比誘電率 ε を用いて表わせ．

c) 強誘電体試料は，電気容量 C と抵抗 R を並列に接続した等価回路で表わされる．その場合のインピーダンス Z と損失 $\tan\delta$ を求めよ．

d) 複素比誘電率 ε はLCRメータで測定した C と R から求められる．その実部 ε' と虚部 ε'' を C と R を用いて表わせ．

（3） ガラス基板上に作製した膜厚200 nmのFe薄膜試料と磁性ガーネット薄膜試料の磁区構造を磁気光学効果を用いて調べたい．ただし，Fe薄膜試料の磁化は面内方向，磁性ガーネット薄膜の磁化は面に垂直方向を向いている．以下の設問に答えよ．

a) Fe 薄膜試料の磁区構造を観察するための方法とその原理を簡潔に述べよ．さらに，観察装置の基本構成（光源，偏光子，検出器，試料）を模式図で示せ．

b) 磁性ガーネット薄膜試料の磁区構造を観察するための方法とその原理を簡潔に述べよ．さらに，観察装置の基本構成（光源，偏光子，検出器，試料）を模式図で示せ．

c) 磁気光学効果以外の磁区構造の観察方法を二つ挙げ，その原理を簡潔に述べよ．

[問題 8] 電子回路

エミッタ接地増幅回路について，以下の設問に答えよ．ただし，回路に流れる電流の角周波数を ω，虚数単位を j とする．

（1） エミッタ接地増幅回路の実際の回路図とその高周波等価回路を，それぞれ，図１と図２に示す．図２は，ミラー効果を考慮すると，図３のように描かれる．C_t の値を，C_π，C_c，g_m，R_L を用いて表わせ．ただし，g_m は相互コンダクタンスであり，C_c を流れる電流は $g_m v_{b'e}$ より十分に小さいとする．

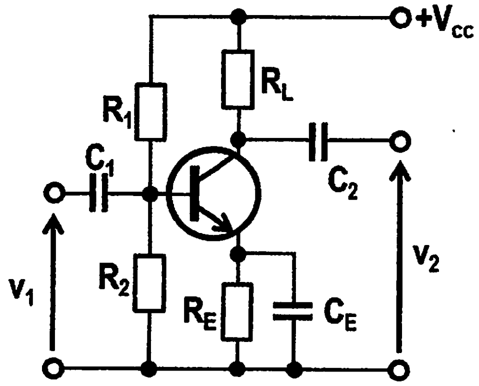


図１

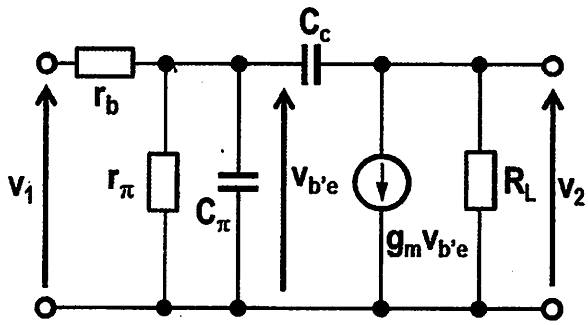


図２

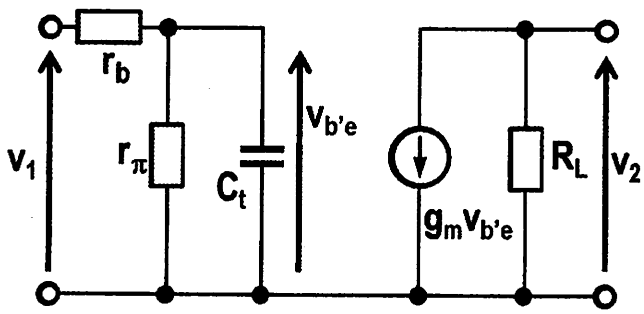


図３

（2） 図３の回路の電圧利得 v_2/v_1 を，図３中の記号を用いて表わせ．

（3） 設問（2）で求めた電圧利得の高域遮断角周波数を求めよ．

＊＊＊＊＊＊ 次頁に続く ＊＊＊＊＊＊

（4）　エミッタ接地２段接続増幅器における高域遮断角周波数を改善するために，図４に示すピーキング回路が用いられる．その高周波等価回路を図５に示す．このとき，$R_{L1} \gg r_{b2}$とすると，実効伝達関数$v_{b'e2}/v_{b'e1}$は式［1］で表わされる．

$$\frac{v_{b'e2}}{v_{b'e1}} = -\frac{g_m R_L}{\left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} + 1} \qquad [1]$$

ただし，

$$R_L = \frac{R_{L1} r_{\pi 2}}{R_{L1} + r_{\pi 2}}, \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{R_{L1} + r_{\pi 2}}{L C_{t2} r_{\pi 2}}}, \qquad Q = \frac{L C_{t2} r_{\pi 2}}{C_{t2} R_{L1} r_{\pi 2} + L}\omega_0 .$$

図４の回路が示す電圧利得v_2/v_1の周波数特性において，ピークを生じることなくフラットな帯域が最も広くなるインダクタンスLを求めよ．

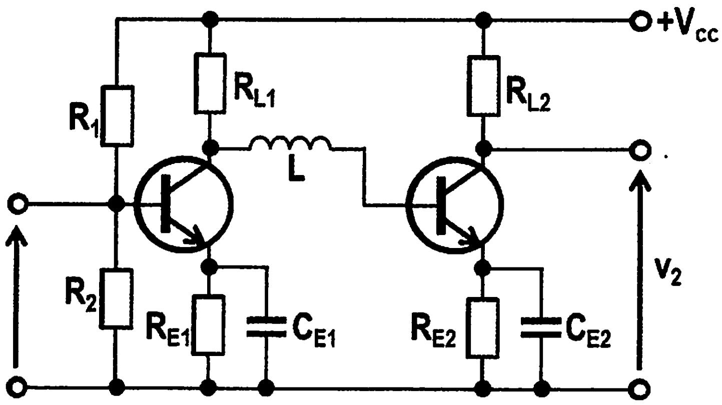


図４

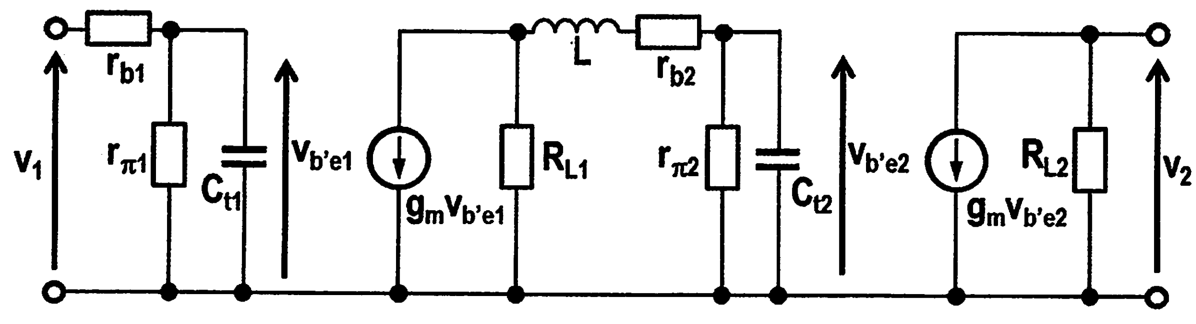


図５